

Kontrollskrivning 3

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 3. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. Skriv namn (efternamnet understruket) och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Visa med hjälp av induktion att $3^n > 5n + 8$ för alla naturliga tal $n \geq 3$.

(1 p)

2. Bestäm konstanten a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & x < 0 \\ 3x + a & x \geq 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

(1p)

3. Visa utifrån definitionen av begreppet derivata att $D(x^n) = nx^{n-1}$, för alla naturliga tal n .

(2p)

Kontrollskrivning 3

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 3. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. Skriv namn (efternamnet understruket) och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Derivera funktionen $\sin^2(x^3)$. (1p)

2. Visa med hjälp av induktion att $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$, för alla naturliga tal $n \geq 1$. (1p)

3. Visa att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

är kontinuerlig. (kända gränsvärden får användas) (2p)