

Kontrollskrivning 3

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 3. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. **(OBS! ni kan inte få mer än 4 poäng på skrivningen.)** Skriv namn och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-xy} - \cos(x+y)}{x^2 + y^2}.$$

(1p)

2. Visa att ekvationen

$$z^5 + 4z^4x + 2z^3y^2 + y^3 = 0$$

definierar en differentierbar funktion $z = z(x, y)$ i en omgivning av punkten $(0, 0, 1)$ och bestäm $z'_x(0, 0)$.

(1p)

3. Finn största och minsta värdet som antas av funktionen

$$f(x, y) = xy^2$$

i området $\{(x, y); -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2\}$.

(2p)

4. Låt \vec{u} , \vec{v} och \vec{w} vara tre vektorer i \mathbf{R}^3 . Betrakta funktionen som tar en punkt (x, y, z) till punkten given av Ortsvektorn

$$x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}.$$

Under vilka villkor på vektorerna \vec{u} , \vec{v} och \vec{w} har den funktionen en differentierbar invers i någon omgivning av en godtycklig punkt.

(2p)

Kontrollskrivning 3

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 3. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. **(OBS! ni kan inte få mer än 4 poäng på skrivningen.)** Skriv namn och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Finn alla kritiska(stationära) punkter för funktionen

$$f(x, y) = xy e^{x+y}$$

och avgör deras karaktärer.

(1p)

2. Visa att i en omgivning av punkten $(x, y) = (0, 0)$ har ekvationssystemet

$$\begin{cases} e^x - e^y = 0 \\ xe^{2x} + 2xe^y = 0 \end{cases}$$

bara en lösning.

(1p)

3. Låt $f(x, y, z) = (xy + z, x - yz)$. Visa att ekvationen

$$f(x, y, z) = (0, 0)$$

i en omgivning av $(x, y, z) = (0, 1, 1)$ definierar två differentierbara funktioner $y = y(x)$ och $z = z(x)$. Bestäm även $y'(0)$ och $z'(0)$.

(2p)

4. Bestäm 3:e gradens Taylorpolynom kring punkten $(2, 1)$ för funktionen

$$f(x, y) = \sin(x - 2y)e^{x+y}.$$

(2p)