

## Kontrollskrivning 4

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 4. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. **(OBS! ni kan inte få mer än 4 poäng på skrivningen.)** Skriv namn och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \frac{dx dy}{1+x^2+y^2}.$$

(1p)

2. Använd formeln för arean hos en funktionsgraf för att bestämma mantelarean hos cylindern med radie 1 och höjd 2.

(1p)

3. Beräkna linjeintegralen

$$\int_{\Gamma} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

då

$$\vec{F}(x, y) = \left( \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}}, \frac{y}{\sqrt{1+x^2+y^2}} \right)$$

och  $\Gamma$  går från  $(0, 0)$  till  $(1, 1)$  längs kurvan  $y^2 = x^3$ .  
(Ledning: byt väg)

(2p)

4. Bestäm volymen hos den del av klotet  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$  för vilken  $0 \leq z \leq 1$ .

(2p)

## Kontrollskrivning 4

Den här kontrollskrivningen ingår som ett led i den kontinuerliga examinationen av moment 4. Kontrollskrivningen kan maximalt ge 4 av de 8 poäng som krävs för att bli godkänd på momentet. **(OBS! ni kan inte få mer än 4 poäng på skrivningen.)** Skriv namn och personnummer. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skrivtiden är 45 minuter. Kom ihåg att kontrollera resultaten. Fullständiga lösningar! Lycka till!

1. Bestäm volymen hos kroppen

$$K = \{(x, y, z); x^2 + y^2 \leq 1, z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

(1p)

2. Beräkna linjeintegralen

$$\oint_{\Gamma} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r},$$

då  $\Gamma = (2 \cos t, \sin t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , och  $\vec{F}(x, y) = (-y, x)$ .

(1p)

3. Bestäm arean hos parameterytan

$$r(u, v) = (uv, u + v, u - v),$$

då  $u^2 + v^2 \leq 2$ .

(2p)

4. Beräkna

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt.$$

(Ledning: börja med en lämplig substitution)

(2p)