INLÄMNINGSUPPGIFT1 AMELIA II FÖR IT-PROGRAMMET VT 06.

HÅKAN CARLQVIST

Inlämningsuppgiften lämnas in i samband med föreläsningen 13/2 10.00-12.00. Inlämning efter detta klockslag accepteras ej. Tänk på att inlämningsuppgiften är att betrakta som enskilt arbete och att inget samarbete får förekomma. Tänk på att ni kan få stor hjälp av de uppgifter som lösts på lektionerna och föreläsningarna. Lycka till!

Uppgift1 :
En linjär avbildning $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ avbildar enhetskuben i $\mathbb{R}^3$ på en parallellogram i planet med hörn i (0,0), (1,0), (1,1) och (2,1). Bestm avbildningens överföringsmatris.

Uppgift2 :
Bestäm overföringsmatrisen för en linjär avbildning $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ som vrider rummet $\pi/4$ radianer kring linjen (x,y,z) = t(1,1,1) ($t \in \mathbb{R}$) dvs linjen är att betrakta som en rotationsaxel.

Uppgift3 :
En linjär avbildning $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ ges i standardbasen av matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

Ange bilden Y av avbildningen $Y = \mathcal{A}(\mathcal{A}(\mathcal{A}(\mathcal{A}(\mathcal{A}(\mathcal{A}(\mathcal{A}(X)))))))$ där X är den parallellepiped som spänns upp av vektorerna (1,0,0), (1,1,0) och (1,0,1).

Uppgift4 :
Ett system av kopplade ordinära differentialekvationer kan på vektorform skrivas som $\bar{x}'(t) = A\bar{x}(t)$. Om (kolonn-) vektorn $\bar{x}$ har dimension n är A en $n \times n$-matris. Den allmänna lösningen till systemet kan fås på formen

$$\bar{x}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \bar{v_i} e^{\lambda_i t}$$

dr n är dimensionen av vektorn $\bar{x}$, c_i en konstant (som beror på eventuella begynnelsevärden), v_i och λ_i respektive egenvektor och egenvärde till matrisen A.
Betrakta systemet

$$\begin{cases} x_1'(t) = 11x_1(t) + 6x_2(t) \\ x_2'(t) = -12x_1(t) - 6x_2(t) \end{cases}$$

Skriv systemet på vektorform och ange den allmänna lösningen till systemet(dvs du skall inte försöka räkna ut några varden på konstanterna c_i).

Uppgift5 :
En symmetrisk linjär avbildning $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ har en överföringsmatris A med egenvärdena $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 6$ och $\lambda_3 = 9$. De egenvektorer som i

standardbasen har koordinaterna (2,-2,1) och (2,1,-2) är egenvektorer till λ_1 och λ_2. Bestäm den tredje egenvektorn och välj en ON-bas så att du kan ange A i denna bas.

Uppgift6 :

Visa att för reella tal x, y, z, u gäller att

$$(x + 2y + 3z + 4u)^2 \leq 30(x^2 + y^2 + z^2 + u^2)$$

Ledning: Schwarz' olikhet kan vara användbar.

Uppgift7 :

Låt $(\bar{e_1}, \bar{e_2}, \bar{e_3})$ vara en bas i $\mathbb{R}^3$. Inför en ny bas genom

$$\begin{cases} \bar{f_1} = 2\bar{e_1} + \bar{e_2} \\ \bar{f_2} = 2\bar{e_1} + \bar{e_2} + \bar{e_3} \\ \bar{f_3} = 2\bar{e_1} + 2\bar{e_2} + \bar{e_3} \end{cases}$$

Bestäm koordinaterna för vektorn $\bar{v}$ i f-basen om den har koordinaterna $(4, -5, 0)$ i e-basen.