LAPPSKRIVNING 2 FÖR IT-PROGRAMMET VT 06
TISDAGEN 14/3 13.15-14.00 VERSION A LÖSNINGAR

ANALYTISKA METODER OCH LINJÄR ALGEBRA II

Naturligtvis finns det alternativa lösningar, detta är bara ett förslag.

Uppgift1 :

Om du närmar dig punkten $(0,0)$ längs med x-axeln får du gränsvärdet

$$\lim_{(x,0)\to(0,0)} \frac{(2x)^2}{x^2} = 4$$

men om du nrmar dig punkten $(0,0)$ längs med y-axeln får du gränsvärdet

$$\lim_{(0,y)\to(0,0)} \frac{(y)^2}{2y^2} = \frac{1}{2}$$

Således kan inte gränsvärdet existera.

Uppgift2 :

Integration av $\frac{\partial f}{\partial x}$ med avseende på x genererar

$$i) f(x,y) = 2\sqrt{xy} + \frac{1}{2}\sin 2x + g(y)$$

och integration av $\frac{\partial f}{\partial y}$ med avseende på y genererar

$$ii) f(x,y) = 2\sqrt{xy} + \frac{1}{3}e^{-3y} + h(x)$$

Identifiering ger att

$$f(x,y) = 2\sqrt{xy} + \frac{1}{3}e^{-3y} + \frac{1}{2}\sin 2x$$

Uppgift3 :

Gradienten av z är

$$\text{grad } z = 32\left(\frac{-2x}{(1+x^2+y^2)^2}, \frac{-2y}{(1+x^2+y^2)^2}\right)$$

Brantast är där graidentvektorn är till beloppet störst dvs där $|\text{grad } z|$ är maximal.

$$|\text{grad } z| = 32\left(\frac{\sqrt{4x^2+4y^2}}{(1+x^2+y^2)^2}\right)$$

Inför polära koordinater dvs $x = r\cos\theta$ och $y = r\sin\theta$. vi får då att

$$|\text{grad } z(r,\theta)| = 32\left(\frac{\sqrt{4r^2}}{(1+r^2)^2}\right) = 32\left(\frac{2r}{(1+r^2)^2}\right) = g(r)$$

Extremvärde fås då$\frac{d}{dr}|\text{grad } z(r)| = 0$ dvs då
$2(1+r^2)^2-2r*2*2r*(1+r^2) = (1+r^2)(2+2r^2-8r^2) = 2(1+r^2)(1-3r^2) = 0$
vilket är sant om och endast om $r = \frac{1}{\sqrt{3}}(r \geq 0)$ Detta är ett maxvärde. Insättning ger att att $z = \frac{32}{1+\frac{1}{3}} = \frac{32*3}{4} = 24$