

Dagens 6/2

1. Skriv på huvudaxelform och bestäm vilken typ av kurva i \mathbf{R}^2 som ges av ekvationen
 - a. $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 8y = 1$.
 - b. $x^2 - xy + y^2 - 4x + 2y = 1$.
 - c. $x^2 - 2xy + y^2 + 12\sqrt{2}x = 8$.
2. Beräkna arean innanför ellipsen $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$. Det anses känt att arean innanför ellipsen $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ är lika med πab .
3. Vilken är den geometriska innebörden av följande ekvationer i \mathbf{R}^3 ?
 - a. $5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 1$.
 - b. $2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz = 1$.
 - c. $x^2 - 2y^2 - z^2 - 4xy + 2xz = 1$.

Svar:

1.
 - a. $3u^2 - v^2 = 1$, hyperbel.
 - b. $u^2 + 3v^2 = 10$, ellips.
 - c. $v = u^2/6$, parabel.
2. $\pi/\sqrt{6}$.
3.
 - a. Ellipsoid.
 - b. Enmantlad hyperboloid.
 - c. Tvåmantlad hyperboloid.

Dagens 8/2

1. Funktionen $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^{-t} \sin t, \cos t + \sin t)$ betraktas som en punkt i rörelse. Beräkna hastigheten, farten och accelerationen vid tiden t .
2. Bestäm ekvationer för tangenten och normalen till kurvan
$$x = (2 + \cos t + \sin t)\cos t, \quad y = (2 + \cos t + \sin t)\sin t$$
i den punkt som svarar mot $t = \frac{\pi}{2}$.
3. Beräkna längden av kurvan
 - a. $x = e^t(\cos t + \sin t), y = e^t(\cos t - \sin t), 0 \leq t \leq 1$.
 - b. $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi$.
 - c. $y = \frac{1}{3}(x - 4)\sqrt{x - 1}, 2 \leq x \leq 10$.
 - d. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), 2 \leq x \leq 3$.
4.
 - a. Det finns en punkt på kurvan $x = t^3 - 3t + 1, y = \frac{3}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{4}$ där tangenten till kurvan bildar vinkeln $\frac{\pi}{3}$ med x -axel. Bestäm en ekvation för denna tangent.
 - b. Det finns en punkt på kurvan $x = t^3 - 3t + 1, y = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}t^2 - \frac{3}{4}t^4$ där normalen till kurvan bildar vinkeln $\frac{\pi}{6}$ med x -axel. Bestäm en ekvation för denna normal.

Svar:

1. $(\cos t - \sin t)(e^t, e^{-t}, 1), |\cos t - \sin t|\sqrt{e^{2t} + e^{-2t} + 1}, (-2e^t \sin t, -2e^{-t} \cos t, -\sin t - \cos t)$.
2. Tangent: $3y - x = 9$. Normal: $3x + y = 3$.
3. a. $2e - 2$. b. 8 . c. $32/3$. d. $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.
4. a. $\sqrt{3}x - y = \sqrt{3} - 2$. b. $x - \sqrt{3}y = 2\sqrt{3} + 1$

