Dagens 13/3

1. Bestäm det största och det minsta värde funktionen $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 2y$ kan anta på cirkeln $x^2 + y^2 = 4$.

2. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = 2x + y$ då punkten (x,y) tillhör ellipsen $x^2 + 2y^2 = 18$.

3. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = x^2 + 2y^2 + xy - 2x - 4y$ på och inom triangeln med hörnen i punkterna $(0,0)$, $(2,0)$ och $(0,2)$.

4. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = x^2 - y^2 + 4y$ då $y \geq 1$ och $x^2 + y^2 \leq 9$.

5. Visa att $xy \leq 1$ om $x^4 + y^4 \leq 2$.

Svar:

1. 9 och 0.
2. 9 och -9.
3. 0 och $-16/7$.
4. 11 och 3.

Dagens 14/3

1. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = 2x - 3y$ då punkten (x,y) tillhör ellipsen $2x^2 + 3y^2 = 5$.

2. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + z^2$ då $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$.

3. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = y^3 - x^2y$ då $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $x + y \leq 1$.

4. Kan produkten av tre positiva tal vara 19 om deras summa är 8?

5. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x,y) = x^2y + 2y^2 - 4xy$ då definitionsmängden ges av $0 \leq x \leq 4$ och $0 \leq y \leq x^2$.

Svar:

1. 5 och –5.
2. 4 och 1.
3. 1 och –1/8.
4. Aldrig i livet!
5. Intervallet [–2, 512].

Dagens 15/3

1. Bestäm lokala extrempunter till funktionen $f(x,y) = xy(3 - x - y)$.

2. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y,z) = x + 2y + 3z$ på sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 14$.

3. Bestäm det största och det minsta värdet funktionen $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2y + 1$ kan anta då $\frac{x^2}{2} \leq y \leq 2$.

4. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x,y) = 2x + y\sqrt{3 - x^2 - y^2}$.

5. Har ekvationen $x + y + \sqrt{30 - 2x^2 - y^2} = 9$ någon lösning?

6. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x,y) = \dfrac{x}{4 + x^2 + y^2}$

Svar:

1. Lokalt maximum i $(1,1)$. (Det finns tre sadelpunkter: $(0,0)$, $(3,0)$, $(0,3)$.)
2. 14 och -14.
3. 5 och 0.
4. Intervallet $[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$.
5. Nej.
6. $1/4$ och $-1/4$.

Dagens 16/3

1. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet

a. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = 0 \\ 2x - y = 11 \\ x - y = 0 \end{cases}$.

b. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 7 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$

2. Ange ekvationen för den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till punkterna $(-1,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$ och $(2,2)$. Beräkna också medelfelet.

3. Ange ekvationen för den parabel $y = ax^2 + bx + c$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till punkterna $(-1,2)$, $(0,1)$, $(1,4)$ och $(2,6)$. Beräkna också medelfelet.

4. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$. Beräkna också kvadratiska medelfelet.

Svar:

1. a. $x = 4,\ y = 1.$

   b. t.ex $x = 1, y = 2, z = 0$. (Allmän minstakvadratlösning $(1 - t, 2 - t, t)$.)

2. $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{10}$; $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

3. $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$; $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

4. $x = 3,\ y = -1$. Kvadratiska medelfelet $= \sqrt{33}/3$.