

1. Beräkna dubbelintegralen  $\iint_{\mathbf{D}} \frac{3x + 4y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$  då  $\mathbf{D}$  ges av
- a.  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \geq 0.$
  - b.  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0.$
  - c.  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0.$
2. Beräkna följande dubbelintegraler:
- a.  $\iint_{\mathbf{D}} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  då  $\mathbf{D}$  ges av  $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0.$
  - b.  $\iint_{\mathbf{D}} (x^2 + y^2) dx dy$  över cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 1.$
  - c.  $\iint_{\mathbf{D}} x^2 dx dy$  över ellipsskivan  $4x^2 + 9y^2 \leq 1.$
  - d.  $\iint_{\mathbf{D}} (x - y)^2 \sin^2(x + y) dx dy$  över kvadraten med hörnen i punkterna  $(\pi, 0), (2\pi, \pi), (\pi, 2\pi)$  och  $(0, \pi).$
  - e.  $\iint_{\mathbf{D}} \frac{(x + y)^2}{1 + x^2 + y^2} dx dy$  över cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 1.$

Svar:

- |    |    |            |    |                   |    |           |
|----|----|------------|----|-------------------|----|-----------|
| 1. | a. | 42.        | b. | 48.               | c. | 20.       |
| 2. | a. | $\pi/6.$   | b. | $\pi/2.$          | c. | $\pi/96.$ |
|    | d. | $\pi^4/3.$ | e. | $\pi(1 - \ln 2).$ |    |           |

1. Beräkna (eller visa divergens) följande generaliserade dubbelintegraler

a. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{1}{x} dx dy \text{ då } \mathbf{D} \text{ ges av } 0 \leq xy \leq 1, x > 1.$$

b. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{1}{(x+y)^4} dx dy \text{ då } \mathbf{D} \text{ ges av } x \geq 1, y \geq 0.$$

c. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{dx dy}{(x+1)(y+1)} \text{ då } \mathbf{D} \text{ ges av } 0 \leq y \leq x, x \geq 0.$$

d. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{1}{\sqrt{xy}} dx dy \text{ då } \mathbf{D} \text{ är kvadraten } 0 < x < 1, 0 < y < 1.$$

2. Undersök konvergensen av den generaliserade dubbelintegralen  $\iint_{\mathbf{D}} \frac{dx dy}{x+y^4}$  då  $\mathbf{D}$  ges av  $0 \leq y \leq 1, x \geq 1$ .

Svar:

1. a. 1.    b. 1/6.    c. Integralen är divergent.

d. 4.

2. Integralen är divergent.

1. Beräkna följande dubbelintegraler:

a. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{(x+y)^2}{1+x^2+y^2} dx dy \text{ över cirkelskivan } x^2+y^2 \leq 1.$$

b. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{x+y}{2-x+y} dx dy \text{ över rektangeln } 0 \leq x+y \leq 2, -1 \leq x-y \leq 1.$$

2. Beräkna (eller visa divergens) följande generaliserade dubbelintegraler

a. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{1}{(1+x^2+y^3)^{3/2}} dx dy \text{ då } \mathbf{D} = \mathbf{R}^2.$$

b. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{x dx dy}{(1+x^2)(1+x^2y^2)} \text{ då } \mathbf{D} \text{ ges av } xy \geq 1, x > 0.$$

3. Undersök konvergensen av den generaliserade dubbelintegralen

a. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{dx dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} \text{ då } \mathbf{D} \text{ ges av } x^2+y^2 \geq 1.$$

b. 
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{dx dy}{x^2+y^3} \text{ över första kvadranten.}$$

Svar:

- |    |    |                   |    |            |
|----|----|-------------------|----|------------|
| 1  | a. | $\pi(1 - \ln 2).$ | b. | $\ln 3.$   |
| 2. | a. | $2\pi.$           | b. | $\pi^2/8.$ |
| 3. | a. | konvergent.       | b. | divergent. |

