

Dagens 3/4

1. Beräkna trippelintegralen $\iiint_{\mathbf{K}} \frac{1}{1+x^2+y^2+z^2} dx dy dz$ över klotet $x^2+y^2+z^2 \leq 1$.
2. Beräkna trippelintegralen $\iiint_{\mathbf{K}} \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$ då \mathbf{K} begränsas av planen $x+y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
3. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av cylindrarna $x^2+y^2=1$, $z=y^2$ och planet $z=0$.
4. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytan $|x|+|y|=2$ samt planen $2x+y+z=6$ och $x+y+z=5$.

Svar:

1. $4\pi - \pi^2$.
2. $(8 \ln 2 - 5)/16$.
3. $\pi/4$.
4. $26/3$.

Dagens 4/4

1. Beräkna arean av den del av ytan $z = y + \sqrt{x}$ vars projektion på xy -planet ges av $y^2 \leq x \leq 1$.
2. Beräkna arean av den del av planet $z = 5x + 7y + 9$ vars projektion på xy -planet ges av $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
3. Beräkna arean av den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ som ligger inom cylindern $x^2 + y^2 = 9$.
4. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av konen $z^2 = x^2 + y^2$ och halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $z \geq 0$.
5. Beräkna arean av ytstycket $z = \sqrt{2xy}$, där $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq x^3$.

Svar:

1. $13/6$.
2. $15\sqrt{3}$.
3. 20π .
4. $4\pi(\sqrt{2} - 1)/3$.
5. $2\sqrt{2}/5$.

Dagens 5/4

1. Beräkna arean av den del av ytan $z = 1 + y^2$ som svarar mot $|x| \leq y \leq 1$.
2. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$, cylindern $y = x^2$ samt planen $y = 1$ och $z = 0$.
3. Beräkna arean av det område som ligger till höger om linjen $x = 1$ och begränsas av kurvorna $xy = 4$, $xy = 8$, $y = x$ och $y = 2x$.
4. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x$, $y = 2x$, $x^2 = y$, $x^2 = 2y$, där $x \geq 1$.

Svar:

1. $(5\sqrt{5} - 1)/6$
2. $88/105$.
3. $2\ln 2$.
4. $7/2$.

1. Skissera vektorfältet $\mathbf{F}(x,y) = (x,-y)$ och bestäm dess integralkurvor.
2. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} (2x - 3y)dx + (2x - 4y)dy$ längs kurvan $x = t^2, y = t^3$ från punkten (1,1) till punkten (0,0).
3. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} (2x - 3y)dx + (2x - 4y)dy$ då Γ är parabelbågen $y = x^2$ från punkten (1,1) till punkten (0,0).
4. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} (y + z)dx + (4z - 2y)dy + (x - 3y)dz$ längs kurvan $x = t^2, y = t^3, z = t^4$ från punkten (0,0,0) till punkten (1,1,1).
5. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} (x^4 - y^2)dx + (x^4 + y^2)dy$ längs parabeln $y = x^2$ från (0,0) till (1,1) och sedan längs linjen $y = 1$ från (1,1) till (-1,1).
6. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} (x + 2xy)dx + (3x^2 + y)dy$ i positiv led runt triangeln med hörnen i punkterna (0,0), (2,1) och (0,1).

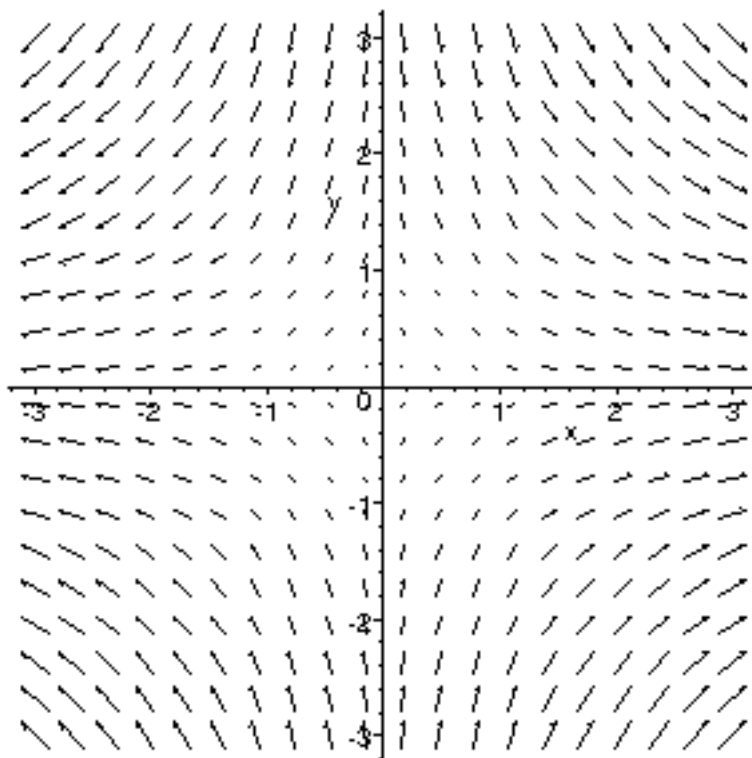
Svar:

1. Den vackra bilden nedan föreställer en skiss av vektorfältet $\mathbf{F}(x,y) = (x,-y)$. Bilden har producerats av Maple efter beställningen

`with(plots):`

`fieldplot([x, -y], x = -3..3, y = -3..3);`

Integralkurvor är hyperblar $xy = C$.



2. 1.
3. $\frac{2}{3}$.
4. $\frac{2}{5}$.
5. $\frac{34}{15}$.
6. 2.