Dagens 16/5

1. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma y \, ds$ då Γ är parabelbågen $x = \sqrt{2}y^2$ mellan punkterna $(0,0)$ och $(\sqrt{2},1)$.

2. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, ds$ då Γ är sträckan mellan punkterna $(0,0,0)$ och (a,b,c).

3. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma xy \, ds$ då Γ är kvartscirkeln $x^2 + y^2 = 1$ i första kvadranten.

4. Beräkna ytintegralen $\iint_{\mathbf{S}} f(x,y,z) \, dS$ då
   - a. $f(x,y,z) = z$ och $\mathbf{S}$ är den del av planet $x + y + z = 1$ som uppfyller $x^2 + y^2 \leq 1$.
   - b. $f(x,y,z) = y + 2z$ och $\mathbf{S}$ är den del av planet $2x + 3y + 6z = 12$ som ligger i första oktanten ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).
   - c. $f(x,y,z) = x + y + z$ och $\mathbf{S}$ definieras av $x^2 + y^2 = 9$, $0 \leq z \leq 2$, $x \geq 0$.

5. Betrakta funktionen $f(x,y,z) = xy + x^2z + yz^2$. Ange vilka av följande uttryck som har mening och beräkna dem:

a. div rot f	b. div grad f	c. grad rot f
d. grad div f	e. rot grad f	f. rot div f.

6. Betrakta vektorfältet $\boldsymbol{F} = (x^3 - y^3, 3yz, y^3 + z^3)$. Ange vilka av följande uttryck som har mening och beräkna dem:

a. grad div rot $\boldsymbol{F}$	b. grad rot div $\boldsymbol{F}$	c. div grad rot $\boldsymbol{F}$
d. div grad div $\boldsymbol{F}$	e. rot div grad $\boldsymbol{F}$	f. rot rot rot $\boldsymbol{F}$.

Svar:

1. $\frac{13}{12}$.
2. $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$.
3. $\frac{1}{2}$.
4.
   - a. $\sqrt{3}\pi$.
   - b. 112/3.
   - c. $36 + 6\pi$
5. Följande har mening:
   - b. div grad $f = 2y + 2z$.
   - e. rot grad $f = (0,0,0)$.
6. Följande har mening:
   - a. grad div rot $\boldsymbol{F} = \mathbf{0}$
   - d. div grad div $\boldsymbol{F} = 12$
   - f. rot rot rot $\boldsymbol{F} = (-6,0,-6)$.

Dagens 17/5

1. Beräkna linjeintegralen

a. $\int_\Gamma (x^2 + y^2)\, ds$, då Γ ges av $x = 4t - 1$, $y = 3t + 1$, $-1 \le t \le 1$.

b. $\int_\Gamma (2x + x^2 - 9y)\, ds$, då Γ parabelbågen $9y = x^2$ mellan punkterna (0,0) och (6,4).

c. $\int_\Gamma \frac{dx + 2dy}{x + 2y}$, då Γ är kvartscirkeln $x^2 + y^2 = 1$, $x \ge 0$, $y \ge 0$ från (1,0) till (0,1).

2. Beräkna ytintegralen $\iint_S f(x,y,z)\, dS$ då

a. $\iint_S z\, dS$ där $\mathbf{S}$ är den del av planet $2x + 2y + z = 2$ där $x^2 + y^2 \le 2$.

b. $\iint_S z\,(x^2 + y^2)\, dS$, där $\mathbf{S}$ är den halvsfäriska ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \ge 0$.

3. Beräkna flödesintegralen

a. $\iint_S (0,0,z) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\, dS$ där $\mathbf{S}$ är den del av planet $x + y + z = 2$ där $x^2 + y^2 \le 1$.
Enhetsnormalen $\hat{\boldsymbol{n}}$ har positiv z–komponent.

b. $\iint_S (x,y,z) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\, dS$ där $\mathbf{S}$ är den totala begräsningsytan till cylindern $x^2 + y^2 \le 1$, $0 \le z \le 1$ och $\hat{\boldsymbol{n}}$ är ytans utåtriktade normal.

Svar:

1.	a.	310/3.	b.	49.	c.	ln 2.
2.	a.	12π.	b.	$\pi/2$.		
3.	a.	2π.	b.	2π.		

Dagens 18/5

1. Beräkna linjeintegralen

   a. $\int_\Gamma (xy + y)\,ds$, då Γ ges av $x = 3\cos t$, $y = 3\sin t$, $z = 4t$, $0 \le t \le \pi$.

   b. $\int_\Gamma (2x + x^2 - 9y)\,ds$, då Γ parabelbågen $9y = x^2$ mellan punkterna (0,0) och (6,4).

2. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma x\,\sin(x-y)\,dx + y\,\cos(x-y)\,dy$, då Γ går från punkten (1,1) till punkten (3,3) längs linjen $x - y = 0$.

3. Låt Γ vara parabelbågen från punkten (0,0) till punkten $\boldsymbol{p}$. Bestäm $\boldsymbol{p}$ så att linjeintegralen $\int_\Gamma (2x^3 + y)dx + (4x - y)dy = 3$.

4. Beräkna ytintegralen $\iint_{\mathbf{S}} \frac{dS}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ där $\mathbf{S}$ är ytan som ges av $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 \le 1$, $z > 0$.

5. Beräkna flödesintegralen $\iint_{\mathbf{S}} (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{F}) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,dS$, där $\mathbf{S}$ är övre halvan av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $\hat{\boldsymbol{n}}$ är den uppåtriktade normalen och $\boldsymbol{F} = (x + y,\, 2x + 2yz,\, y^2 + z)$.

Svar:

1. a. 30. b. 49.
2. 4.
3. (1,1).
4. $2\pi(2-\sqrt{3})$.
5. π.