**Lösningar till KS 1**

KS A och B skiljer sig inte nämnvärt åt i lösningssättet. Vi har därför valt att bara ge lösning till KS B förutom för KS A tal 1.a vilket vi börjar med.

**KS A 1.a**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2e^{3x}-xe^{4x}}{2xe^{4x}+\ln x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{e^x}-1}{2+\frac{\ln x}{xe^{4x}}}\to-\frac{1}{2}$$

Att gränsvärdet blir $-\frac{1}{2}$ inses lätt då de termer med en exponentiell term i nämnaren går mot noll då $x\to\infty$.

## 1

**a)**

$$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt{x}-4}{x-16}=\Big[\quad\text{konjugatregeln}\quad\Big]=\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}=$$

$$=\left(\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-4}\right)\left(\lim_{x\to 16}\frac{1}{\sqrt{x}+4}\right)\to(1)(\frac{1}{8})=\frac{1}{8}$$

**b)**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x-3xe^{5x}}{xe^{5x}+x^2e^{4x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{\ln x}{xe^{5x}}-3}{1+\frac{x}{e^x}}\to-\frac{1}{3}$$

Att gränsvärdet blir $-\frac{1}{3}$ inses lätt då de termer med en exponentiell term i nämnaren går mot noll då $x\to\infty$.

## 2

Definitionen av tangenten till funktionskurvan, $f(x)$, i punkten $(x_0, f(x_0))$ ges av linjen vars ekvation är:

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

Vi har

$$y=\ln x^2+2\frac{x-1}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2}{x}+\frac{4}{(x+1)^2}$$

och får för $x_0 = 1$,

$$y(1) = \ln 1 + 2\frac{1-1}{1+1} = 0\,,$$

$$y'(1) = \frac{2}{1} + \frac{4}{(1+1)^2} = 3$$

Tangentlinjens ekvation blir således

$$y = 3(x-1) - 0 = 3x - 3$$

## 3

För plottningen av $y = 4\arctan(1+x^2)$ hänsvisar vi till boken s.120. Vad gäller asymptoter kommer det finnas två stycken horisontella sådana som tangerar linjen $y = 2\pi$ detta inses om vi sätter $t = (1+x^2) \Rightarrow y = 4\arctan(t)$. Att båda asymptoterna sedan är positiva beror på att $(1+x^2)$ alltid är positiv.

För att hitta lokala extrempunkter använder vi oss av kritieriet för kritiska punkter d v s $f'(x) = 0$. Vår derivata ges av

$$y'(x) = \frac{1}{1+(1+x^2)^2} * 2x = \frac{2x}{1+(1+x^2)^2}$$

Vilket ger

$$y'(x) = \frac{2x}{1+(1+x^2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

Ritar vi grafen ser vi att $y(x)$ har en lokal minpunkt för $x = 0$. Detta kan man naturligtvis också förstå genom att beräkna andraderivatan för $y$ och utvärdera den i $x = 0$ eller göra en teckenstudie.