

KTH Matematik
Hans Thunberg

Tentamen 5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra
2/6 2006 kl 14-19

Tentamen består av två delar.

Den första delen utgörs av fyra uppgifter som svarar mot kursens fyra moduler. Du ska bara räkna de uppgifter som motsvarar de moduler som du inte har klarat under kursens gång. Varje uppgift ger maximalt fyra poäng, och för att bli godkänd på en modul krävs minst tre poäng på motsvarande uppgift. Vid denna tentamen kan du inte tillgodoräkna dig uppgifter från tidigare tentamina.

Den andra delen består av fem uppgifter som ger vardera ger maximalt 4 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och väl strukturerad och motiverad lösning.

Följande betygsgränser är preliminära och kan komma att justeras något.

- För betyg E och 3: Godkänt på modul 1-4 samt minst 5 poäng på del 2
- För betyg D och 3: Godkänt på modul 1-4 samt minst 7 poäng på del 2
- För betyg C och 4: Godkänt på modul 1-4 samt minst 10 poäng på del 2
- För betyg B och 4: Godkänt på modul 1-4 samt minst 12 poäng på del 2
- För betyg A och 5: Godkänt på modul 1-4 samt minst 15 poäng på del 2

Lycka till!

Del 1

- (1) Skissera grafen till funktionen

$$y = \frac{e^x}{1+x^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

och ange samtliga kritiska punkter och asymptoter. Ange också var funktionen är växande respektive avtagande.

- (2) Bestäm volymen av den kropp som bildas när området $0 \leq y \leq \sqrt{x} \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, roterar kring x -axeln.
- (3) Förklara sambandet mellan en positiv, avtagande serie och motsvarande generaliserade integral. Det krävs att du både formulerar sambandet korrekt och ger ett bevis till varför detta samband råder.
- (4) Bestäm ekvationen för det plan som går igenom punkten $(1, 1, 0)$ och som är ortogonalt mot linjen genom $(3, 4, 0)$ och $(0, 3, -2)$.

Del 2

- (5) Låt f vara funktionen $f(x) = x + \ln(3 - x^2)$.
a) Ange definitionsmängden för funktionen f . (1 p)
b) Har funktionen f något största respektive minsta värde? Bestäm i förekommande fall dessa. (3 p)

- (6) Beräkna ett närmevärde till $(11/10)^{3/2}$ med hjälp av andra ordningens MacLaurinutveckling av funktionen $f(x) = (1 + x)^{3/2}$.

- (7) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx$$

är konvergent eller divergent, och beräkna i förekommande fall dess värde.

- (8) Bestäm en funktion $y = y(x)$ som uppfyller

$$\begin{cases} y' = 1 + 4y^2 \\ y(\pi) = 1/2. \end{cases}$$

- (9) Avgör om följande påstående är sant eller falskt.

“Utgå ifrån en godtycklig fyrhörning K . Bilda en ny fyrhörning L genom att sammanbinda mittpunkterna på K s sidor. Fyrhörningen L blir då en parallelogram”.

Ett bevis för din slutsats krävs naturligtvis.