

KTH Matematik
Hans Thunberg

5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2006 för Öppen Ingång

Grupparbete till lektionspass L1, 17/10.

(1) Om funktionen $h(x)$ vet man att $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 1$ och $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = +\infty$. Ge exempel på en funktion h som uppfyller dessa villkor. Ange både ett tänkbart utseende på grafen och en sluten formel.

(2) Beräkna följande gränsvärden

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + x^2}{4x^3 + x}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2}{4x^3 + x}$.

(c) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x-3}}{x-9}$

(3) Den totala massan m (gram) av en viss odlad bakteriekoloni vid tiden t (timmar) ges av uttrycket

$$m(t) = \frac{0.27m_0}{m_0 + (0.27 - m_0)e^{-0.3t}}$$

där m_0 är populationens vikt vid tiden $t = 0$ då odlingen startas. Vid ett odlingsföroök startade man med $m_0 = 0.01$ g. Man önskar odla upp kolonin till en vikt om $m_0 = 0.1$ g. Kommer man att lyckas?

(4) Låt $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

(a) Gör en skiss av grafen $y = f(x)$.

(b) Vad kan man säga om gränsvärdena $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$?

(c) Tillämpa gränsvärdesdefinitionerna i PB 2.1 för att verifiera ditt påstående om $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.