

KTH Matematik
Hans Thunberg

5B1143 Matematik 1, del B
HT 2006 för CL1

Grupparbete till lektionspass L2, 30/10.

- (1) Ange en rationell funktion $R(x)$ på formen $R(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, där p och q är polynom, som är sådan att $y = x + 1$ är en asymptot då $x \rightarrow \pm\infty$ och sådan att $x = 2$ är en vertikal asymptot.
- (2) Beräkna följande gränsvärden:
 - (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{100} + e^{2x}}{\ln x^2 + e^{3x}}$,
 - (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$,
 - (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$.
- (3) Låt $f(x) = \sqrt{x}$.
 - (a) Bestäm ekvationen för tangentlinjen till $y = f(x)$ i punkten $(9, 3)$.
 - (b) Skissera en figur av **funktionsgrafen** och **tangentlinjen**.
 - (c) Figuren antyder att man kan använda tangentlinjen för att approximera \sqrt{x} för x -värden nära 9. Förklara!
 - (d) Skriv upp en formel för approximation av \sqrt{x} för x -värden nära 9. Beräkna närmevärden till $\sqrt{9.1}$ och $\sqrt{8.7}$.
 - (e) Försök att generalisera detta.
- (4) En vattentank i form av en rät cirkulär kon har spetsen vänd nedåt. Toppradien är 6 m. Tankens djup är 8 m. Vatten fylls på med hastigheten $0.1 \text{ m}^3/\text{min}$. Med vilken hastighet stiger vattentyan då vattendjupet är 4 m?
- (5) Skissera grafen till funktionen $f(x) = 3x \cos \frac{1}{2x}$. Vilken är funktionens definitionsmängd? Kan vi utvidga definitionen så att funktionen är definerad och kontinuerlig för alla x på reella axeln? Motivera svaret ordentligt!