

Version A
Lappskrivning 3 i kurs 5B1143 Matematik 1 för CL1
onsdagen den 4 oktober 2005 kl 10.15-11.15

Skriv namn, personnummer och program tydligt ovan. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Man kan få maximalt 4 poäng per uppgift och 7 poäng totalt ger godkänt. Lycka till!

1. Finn alla reella tal x som uppfyller ekvationen $\sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right) = \cos\frac{13\pi}{4}$.

Svar: $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} + m\pi$, eller $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} + m\pi$, där m är ett heltal.

2. Skriv talet $\frac{3e^{-5i\pi/4}}{(\sqrt{2}e^{5i\pi/12})^2}$ på kartesisk form $a + ib$. Avgör i vilken kvadrant detta tal ligger.

Svar: $\frac{3}{2}\cos\frac{\pi}{12} - \frac{3}{2}\sin\frac{\pi}{12} = \frac{3}{4\sqrt{2}}\left[(\sqrt{3}+1) + i(-\sqrt{3}+1)\right]$, som ligger i fjärde kvadranten.

3. Bevisa med induktion att $2\sum_{k=1}^n 3^{-k} = 1 - 3^{-n}$ för alla heltal $n \geq 1$.

Version B
Lappskrivning 3 i kurs 5B1143 Matematik 1 för CL1
onsdagen den 4 oktober 2005 kl 10.15-11.15

4. Skriv talet $\frac{(\sqrt{3}e^{3i\pi/8})^2}{4e^{-2i\pi/3}}$ på kartesisk form $a + ib$. Avgör i vilken kvadrant detta tal ligger.

Svar: $\frac{3}{4}\cos\frac{7\pi}{12} - \frac{3}{4}\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{3}{8\sqrt{2}}\left[(1-\sqrt{3}) + i(-1-\sqrt{3})\right]$, som ligger i tredje kvadranten.

5. Finn alla reella tal x som uppfyller ekvationen $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) = \sin\frac{17\pi}{6}$.

Svar: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{9} + \frac{2m\pi}{3}$, eller $x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{9} + \frac{2m\pi}{3}$, där m är ett heltal.

6. Bevisa med induktion att $3\sum_{k=1}^n 4^{-k} = 1 - 4^{-n}$ för alla heltal $n \geq 1$.