

Version A

Lappskrivning 5 i kurs 5B1143 Matematik 1 för CL1

torsdagen den 23 november 2006 kl 9.15-10.15

Skriv namn och personnummer tydligt ovan. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Man kan få maximalt 4 poäng per uppgift och 7 poäng totalt ger godkänt. Lycka till!

1. Bestäm alla primitiva funktioner till funktionen $(\ln 2x)^2$.

Svar: Integrera partiellt. $x(\ln 2x)^2 - 2x \ln 2x + 2x + C$.

2. Utvärdera integralen $\int_0^\infty \frac{dx}{\cosh 3x}$. *Tips:* En logaritmisk substitution.

Svar: Integralen blir $\int_0^\infty \frac{2}{e^{3x} + e^{-3x}} dx = \int_0^\infty \frac{2e^{3x}}{e^{6x} + 1} dx = \left[\frac{2}{3} \arctan e^{3x} \right]_0^\infty = \frac{\pi}{6}$.

3. Låt, för alla positiva x , området mellan kurvan $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}$ och x -axeln rotera ett helt varv kring x -axeln. Beräkna rotationskroppens volym.

Svar: $\pi \int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + 8x + 15} = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} dx = \frac{\pi}{2} \left[\ln \frac{x+3}{x+5} \right]_0^\infty = \frac{\pi}{2} \ln \frac{5}{3}$.

Version B

Lappskrivning 5 i kurs 5B1143 Matematik 1 för CL1

torsdagen den 23 november 2006 kl 9.15-10.15

4. Bestäm alla primitiva funktioner till funktionen $(\ln 5x)^2$.

5. Utvärdera integralen $\int_0^\infty \frac{dx}{\cosh 2x}$. *Tips:* En logaritmisk substitution.

6. Låt, för alla positiva x , området mellan kurvan $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 10x + 24}}$ och x -axeln rotera ett helt varv kring x -axeln. Beräkna rotationskroppens volym.