KTH-Matematik
Tentamenskrivning, 2007-06-09, kl. 08.00-13.00
5B1146, linjär algebra med geometri för IT och ME (5p)

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 11, 16 och 21 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (kladdpaper skall inte lämnas in)

Inga hjälpmedel.

3-poängsuppgifter

Den som blivit godkänd på KS X, $1 \le X \le 3$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften.

1.a. En låda har formen av en sned parallellepiped med kanterna representerade av vektorerna $\mathbf{u} = (2,1,1)$, $\mathbf{v} = (1,1,2)$ och $\mathbf{w} = (1,2,1)$. Beräkna lådans volym. (1p)

b. Undersök om vektorerna $\mathbf{u}$, $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ och $\mathbf{w}$ ligger i samma plan. (2p)

2. Undersök om vektorn $(5,1,5,7)^t$ kan skrivas som en linjärkombination av vektorerna $(1,2,1,2)^t$ och $(1,-1,1,1)^t$

3. I $\mathbb{R}^2$ med basvektorer $\{e_1, e_2\}$ väljs vektorerna med koordinaterna (2,1) respektive (5,2) som nya basvektorer $\{f_1, f_2\}$.

a. Vilka är koordinaterna i det nya systemet för den vektor v som i det gamla systemet har koordinaterna (3,1)?

b. Vilka är koordinaterna i det gamla systemet för den vektor v som i det nya systemet har koordinaterna (1,1)?

c. Vilken är ekvationen i det nya systemet för den räta linje som i det gamla systemet har ekvationen $x + 2y = 3$?

4-poängsuppgifter

4. Matrisen A har egenvärden 1 och 2 med motsvarande egenvektorer $\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}$ respektive $\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$

Bestäm A.

5. För vilka värden på konstanter a, b och c har ekvationssystemet

$$\begin{cases} ax + y + 2z = 3a + b + c \\ bx + 2y + z = a + 3b + 2c \\ cx + y + z = a + b + 2c \end{cases}$$

precis en lösning $x = 1$, $y = 1$ och $z = 1$?

6. Linjen L1 går genom punkterna (3,2,3) och (2,1,5). Linjen L2 går genom punkterna (0,1,7) och (2,2,4).

a. Bestäm skärningspunkten mellan L1 och L2.

b. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller L1 och L2.

7. Betrakta en godtycklig 2x2–matris $A = \begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ med enhetsmatrisen **I** och Nollmatrisen **0.**

a. Visa att A satisfierar ekvationen $A^2 - (a + d)A + (ad - bc)\mathbf{I} = \mathbf{0}$.

b. Antag att $A^3 = \mathbf{0}$. Visa att $A^2 = \mathbf{0}$.

Bonne chance