

Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark.

5B1147 Envariabelanalys, 5 poäng, för E1 ht 2006.

Detta är en grundläggande kurs i differential - och integralkalkyl för *funktioner av en variabel*.

Enligt STUDIEHANDBOKEN skall studenten efter genomgången kurs kunna följande:

- Förstå, tolka och använda differential- och integralkalkylens grundbegrepp: reella tal, elementära funktioner, gränsvärden, kontinuitet, derivator, integraler och serier.
- Behärska de elementära funktionerna, det vill säga polynom, rationella funktioner, exponentialfunktioner, potensfunktioner, logaritmer samt de trigonometriska funktionerna och deras inverser.
- Beräkna gränsvärden genom att använda standardgränsvärden, Taylorutveckling samt l'Hospitals regel.
- Använda derivatan som ett verktyg för att förstå funktioner och deras grafer, finna lokala och globala extrempunkter, bestämma värdemängder, analysera olikheter, etcetera.
- Förstå och använda Taylors formel med feluppskattning för att approximera funktioner med hjälp av polynom.
- Lösa linjära differentialekvationer av andra ordningen med konstanta koefficienter.
- Redogöra för Riemannintegralens definition, några av dess tolkningar och tillämpningar.
- Beräkna vissa bestämda integraler med hjälp av primitiva funktioner, variabelsubstitutioner och partiella integrationer.

- Avgöra om vissa generaliserade integraler och oändliga serier är konvergenta (dvs. har mening) eller är divergenta.

Kurslitteratur: Persson-Böiers: ANALYS I EN VARIABEL, Studentlitteratur, samt ÖVNINGAR I ANALYS I EN VARIABEL, Lunds Tekniska Högskola. Dessa köper man på studentkårens bokhandel.

Dessutom används stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*, som man kan ladda ner från kurshemsidan.

Kurshemsidan:

<http://www.math.kth.se/math/student/courses/5B1147/E/200607>

Undervisningen ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med föreläsningarna är att *förklara* matematiken så väl att alla inser att den här kursen inte innehåller några märkvärdigheter.

Eftersom det är så pass få övningar, så kommer föreläsningarna även att ägnas åt att lösa problem från övningshäftet. Ytterligare problemlösning ges på övningarna, där man alltså får testa hur mycket man egentligen har förstått.

Examination: Kursen är uppdelad i *fyra moduler*. Var och en av dessa avslutas med en *kontrollskrivning* omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för godkänt krävs sammanlagt minst 5 poäng.

Den som fått godkänt på kontrollskrivning i (där alltså $i = 1, 2, 3$ eller 4) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer i .

Tentamensskrivningen innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera. Så tillsammans kan man få maximalt 28 poäng.

Inga hjälpmedel är tillåtna vid tentan.

Ordinarie tentan ges onsdagen den 20:e december. Senare ges också en omtentamen.

Preliminära betygsgränser: 14–18 poäng ger betyget 3, 19–24 poäng ger betyget 4, och 25–28 poäng ger betyget 5.

Kompletteringstentamen: De som fått 13 poäng på tentamensskrivningen har möjlighet att *komplettera* till godkänt betyg.

OBS: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar före tentan via MINA SIDOR.

Kursansvarig och föreläsare: Olle Stormark, som har e-postadressen olles@math.kth.se; den vanliga adressen är rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25, KTH, med telefonnumret 7907206.

Övningsledare: Markus Landgren och Mattias Sandberg.

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla svarar på frågor om registrering och rapportering.

Preliminär kursplanering

Läsanvisningarna nedan refererar till vår lärobok, *Persson- Böiers, ANALYS I EN VARIABEL*, samt till stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen *Övningar i analys i en variabel*; förhoppningen är att de flesta ska hinnas med i undervisningen – övriga lämnas till hemarbete.

Modul 1: Grundläggande begrepp.

Föreläsning 1 Appendix B: matematiskt symbolspråk, **1.1:** intervall, **1.2:** funktioner, **1.3:** absolutbelopp.

Övningstal: 1.8, 1.10, 1.13, 1.14.

Föreläsning 2 1.4: polynom, **1.5:** rationella funktioner, **1.6:** potens- och exponentialfunktioner, **1.7:** logaritmer.

Övningstal: 1.17f, 1.20d,e,f, 1.22a,b,c, 1.27, 1.28.

Föreläsning 3 1.8: inverser och sammansättningar, **1.9:** trigonometriska funktioner, **1.10:** arcusfunktioner, **1.11:** hyperboliska funktioner.

Övningstal: 1.42, 1.43, 1.44a,e, 1.51, 1.55, 1.62, 1.74, 1.82, 1.84.

Övning 1 1.4a,b, 1.5, 1.11, 1.16a, 1.24a,c, 1.26, 1.31b, 1.37a,c, 1.46, 1.57.

Föreläsning 4 2.1: gränsvärden, **2.2:** kontinuitet.

Övningstal: 2.1a,b, 2.3d, 2.4c, 2.7a, 2.9, 2.17a, 2.20b.

Föreläsning 5 2.3: talet e , **2.4:** standardgränsvärden, **2.5.1:** asymptoter.

Övningstal: 2.10a,c, 2.13b, 2.24c,e, 2.27a,b.

Övning 2 1.50, 1.56, 1.65, 1.77, 2.4a,b, 2.6a, 2.7d, 2.12, 2.22, 2.24c.

Modul 2: Differentialkalkyl.

Föreläsning 6 3.1–3.3: derivator.

Övningstal: 3.1b, 3.4, 3.6a.

Föreläsning 7 3.4: de elementära funktionernas derivator, **3.5:** allmänna egenskaper.

Övningstal: 3.7a,b,c, 3.9a,b,h, 3.11a, 3.14.

Övning 3 kontrollskrivning 1 första timmen; sedan 3.1c,d, 3.3, 3.6b, 3.7d,g.

Föreläsning 8 3.6: högre derivator, **3.8:** differentialer, **4.1:** kurvritning.

Övningstal: 3.22, 3.24, 3.31, 3.34, 4.4c,d.

Föreläsning 9 4.2: extremvärden, **4.3:** optimering, **4.4:** olikheter.

Övningstal: 4.6a,b, 4.7b,c, 4.12b,d, 4.24.

Övning 4 3.10c,d, 3.16, 3.25, 3.29a,b, 4.1b,e, 4.4b, 4.5b,d.

Föreläsning 10 8.5: linjära differentialekvationer av andra ordningen, **8.6:** den homogena ekvationen.

Övningstal: 8.39a,c,d, 8.46.

Föreläsning 11 8.7: partikulärlösningar, **8.8:** högre ordningar.

Övningstal: 8.49c, 8.51c, 8.53, 8.56e, 8.57, 8.63b,c.

Övning 5 4.9a,d, 4.12c, 4.30, 4.33, 8.40a,b, 8.41a,b, 8.54.

Modul 3: Integralkalkyl.

Föreläsning 12 5.1: primitiva funktioner.

Övningstal: 5.1f–j, 5.3c,d, 5.7c,f, 5.10e, 5.13b, 5.14b,f,j, 5.16b.

Föreläsning 13 5.2: partialbråksuppdelning (utom fallet då nämnaren har multipla komplexa nollställen).

Övningstal: 5.17b, 5.18b, 5.21d, 5.22d, 5.25c.

Övning 6 kontrollskrivning 2 första timmen; sedan 5.2f,h,j, 5.4d,e, 5.6f,g,k, 5.6e, 5.8e.

Föreläsning 14 5.3: rotuttryck, **5.4:** trigonometriska funktioner.

Övningstal: 5.27c, 5.29a, 5.31c,d, 5.32c, 5.33f.

Föreläsning 15 6.1–6.2: Riemannintegralen.

Övningstal: 6.3, 6.4, 6.9, 6.10.

Övning 7 5.19a,c,d, 5.23d, 5.25b, 5.27b, 5.28a,d, 5.32d, 5.33d, 6.2.

Föreläsning 16 6.3–6.4 integrationsregler.

Övningstal: 6.12 c,d, 6.15b,d, 6.17c, 6.21a.

Föreläsning 17 6.5: generaliserade integraler.

Övningstal: 6.25a,b, 6.27a,c, 6.30c,d, 6.32a,b.

Övning 8 6.6, 6.8, 6.12a, 6.14, 6.16c, 6.18d, 6.19b.

Föreläsning 18 7.1: areor, **7.2:** en tråds massa, **7.3:** rotationsvolym.

Övningstal: 7.2, 7.8, 7.10, 7.11, 7.20, 7.22.

Föreläsning 19 7.4: kurvlängder (utom polär form), **7.5:** rotationsytor.

Övningstal: 7.24, 7.25, 7.26, 7.32, 7.33.

Övning 9 6.25c, 6.27b, 6.29b, 6.31b, 6.32c, 7.3, 7.12, 7.17.

Modul 4: Numeriska serier och Taylorserier.

Föreläsning 20 2.5.4: serier, **7.9:** integraler och summor.

Övningstal: 2.28, 2.29c,d, 2.30d,f, 7.47, 7.49.

Föreläsning 21 Stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*.

Övningstal: 1b, 2b, 4a, 5a, 6a.

Övning 10 kontrollskrivning 3 första timmen; sedan 2.29a,b, 2.30a,b,c,e, 7.48.

Föreläsning 22 9.2: Taylors formel, **9.3:** standardutvecklingar, **9.4:** entydighet.

Övningstal: 9.2b,d, 9.6, 9.7, 9.8.

Föreläsning 23 9.5: resttermen.

Övningstal: 9.12, 9.16, 9.18, 9.22e, 9.23b, 9.27.

Övning 11 Ur *kompletterande kurslitteratur om serier*: 2a, 3a, 3b, 4c, 5c, 6.b; ur övningsboken: 9.1, 9.4, 9.9.

Föreläsning 24 9.6: gränsvärden med hjälp av Taylor och l'Hospital.

Övningstal: 9.28b, 9.29a, 9.30a, 9.33, 9.35, 9.38abc.

Övning 12 kontrollskrivning 4 första timmen; därefter en gammal tentamen.

Föreläsning 25 Repetition.

Övning 12 kontrollskrivning 4 första timmen; därefter en gammal tentamen (för även om kursen 5B1147 är ny, så har det funnits envariabelstentor sedan urminnes tider).