Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark

Lösningsförslag till kontrollskrivning 1A i 5B1147 Envariabelanalys för E, ht 2006.

1. *Bestäm asymptoterna till funktionen*

$$y = \frac{3x+7}{x-2}, \quad \text{definierad då } x \neq 2,$$

samt använd dessa för att skissera funktionsgrafen.

Lösning: Lodräta asymptoten fås genom att sätta nämnaren $= 0$; det vill säga, den ges av $x = 2$. Och eftersom

$$y = \frac{3x+7}{x-2} = \frac{3(x-2)+13}{x-2} = 3 + \frac{13}{x-2},$$

där

$$\frac{13}{x-2} \to 0 \text{ när } x \to \pm\infty,$$

så är $y = 3$ en vågrät asymptot. Grafen fås genom att obsevera att

$$\lim_{x\to 2+} \frac{13}{x-2} = +\infty, \text{ medan } \lim_{x\to 2-} \frac{13}{x-2} = -\infty.$$

2. *Beräkna inversen till funktionen ovan.*

Lösning:

$$y = \frac{3x+7}{x-2} \iff xy - 2y = 3x + 7 \iff x(y-3) = 2y+7$$
$$\iff x = \frac{2y+7}{y-3} \text{ då } y \neq 3.$$

3. *De hyperboliska funktionerna definieras av*

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \quad \text{och} \quad \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).$$

Visa att

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x.$$

Lösning:

$$\cosh^2 x + \sinh^2 x = \frac{1}{4}\left\{(e^x + e^{-x})^2 + (e^x - e^{-x})^2\right\}$$
$$= \frac{1}{4}\left(e^{2x} + 2 + e^{-2x} + e^2 - 2 + e^{-2x}\right) = \frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x})$$
$$= \cosh 2x.$$