Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark

# Lösningsförslag till kontrollskrivning 2B i 5B1147 Envariabelanalys för E, ht 2006.

1. *Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen*

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

*på* reell *form.*

**Lösning:** Från den karakteristiska ekvationen

$$r^2 + 4r + 5 = 0 \iff r = -2 \pm \sqrt{4-5} = -2 \pm i$$

ser man att

$$y(x) = e^{-2x}(A\cos x + B\sin x).$$

2. *Beräkna den allmänna lösningen till differentialekvationen*

$$y'' + 4y' + 5y = 5x + 9 - 8\sin x.$$

**Lösning:** Partikulärlösning till $y'' + 4y' + 5y = 5x + 9$:

$$\begin{aligned} & y_1 = ax + b \Longrightarrow y_1' = a \Longrightarrow y_1'' = 0 \\ & \Longrightarrow 4a + 5ax + 5b = 5x + 9 \iff 5x(a-1) + 5b + 4a - 9 = 0 \\ & \iff a = 1 \text{ och } b = \frac{1}{5}(9-4) = 1 \Longrightarrow y_1 = x + 1. \end{aligned}$$

Partikulärlösning till $y'' + 4y' + 5y = -8\sin x$:

$$\begin{aligned} & y_2 = a\cos x + b\sin x \Longrightarrow y_2' = -a\sin x + b\cos x \Longrightarrow y_2'' = -a\cos x - b\sin x \\ & \Longrightarrow \cos x \cdot (-a + 4b + 5a) + \sin x \cdot (-b - 4a + 5b) = -8\sin x \\ & \iff \cos x \cdot (4a + 4b) + \sin x \cdot (4b - 4a + 8) = 0 \\ & \iff b = -a \text{ och } -8a + 8 = 0 \iff a = 1 \text{ och } b = -1 \\ & \Longrightarrow y_2 = \cos x - \sin x. \end{aligned}$$

SVAR: $y(x) = e^{-2x}(A\cos x + B\sin x) + x + 1 + \cos x - \sin x.$

3. *Bestäm det största och det minsta värdet för funktionen*

$$f(x) = 6x^2 - x^3$$

*då* $-1 \leq x \leq 3$.

**Lösning:** Eftersom

$$f'(x) = 12x - 3x^2 = -3x(x-4) \text{ och } f'(x) = 0 \iff x = \begin{cases} 0, \\ 4 \end{cases},$$

får vi följande kandidater till största och minsta värde:

$$f(-1) = 7, \quad f(0) = 0 \quad \text{och} \quad f(3) = 54 - 27 = 27.$$

Så största värdet är $= 27$ i $x = 3$, och det minsta är $= 0$ då $x = 0$.