

Institutionen för Matematik, KTH
Ari Laptev

**Tentamen i 5B1201 Komplex analys för F,
03–10–23, klockan 14:00–17:00.**

- Inga hjälpmedel.
- Tentamen består av 4 uppgifter, som kan ge $4 \times 5 = 20$ poäng. För att vara godkänd krävs minst 15 poäng. Den kortare tentan räcker till betyg 3.
- Den som är godkänd på LS1 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 1.
- Den som är godkänd på LS2 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 2.
- Den som är godkänd på datalaborationen får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 3.
- Den som önskar få högre betyg tenteras muntligt idag, dvs den 23/10, sal **V1**.
- Varje lösning skall åtföljas av förklarande text och/eller figur. Alla räkningar skall redovisas. I den mån man använder sig av kända satser, skall förutsättningarna för dessa anges.

1. Bestäm alla analytiska funktioner $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z \neq 0$, sådan att

$$u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}. \quad (5p)$$

2. Utveckla funktionen

$$(z^2 - 2z + 1)e^{\frac{z+1}{z-1}}$$

i Laurentserie kring punkten $z_0 = 1$. (5p)

3. Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

(5p)

4. Hitta en bilinjär transformation $w = f(z)$ som avbildar punkter $z_1 = -2$, $z_2 = 2i$ och $z_3 = 0$ till $w_1 = 0$, $w_2 = 1$ och $w_3 = -i$. Visa att $D = \{z : |z+1-i| < \sqrt{2}\}$ avbildas till $\tilde{D} = \{w : |w-(1-i)/2| < 2^{-1/2}\}$.

(5p)

Lycka till!