

Institutionen för Matematik, KTH  
Ari Laptev

**Tentamen i Komplex Analys 5B1201 och 5B1216,  
06-01-12, klockan 09:00-12:00.**

- Inga hjälpmedel.
- Tentamen består av 4 uppgifter, som kan ge  $4 \times 5 = 20$  poäng. För att vara godkänd krävs minst 15 poäng. Den kortare tentan räcker till betyg 3.
- Den som är godkänd på LS1 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 1.
- Den som är godkänd på LS2 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 2.
- Den som är godkänd på datalaborationen får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 3.
- Den som önskar få högre betyg tenteras muntligt idag, dvs den 12/1, sal **B26**.
- Varje lösning skall åtföljas av förklarande text och/eller figur. Alla räkningar skall redovisas. I den mån man använder sig av kända satser, skall förutsättningarna för dessa anges.

1. Visa att

$$(\sin z)^2 = \frac{1 - \cos 2z}{2}$$

för alla  $z \in \mathbb{C}$ .

(5p)

2. Låt  $a_0, a_1$  och  $a_2$  vara komplexa tal och låt

$$f(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2.$$

Beräkna

$$\int_{|z|=1} z |f(z)|^2 dz.$$

(5p)

3. Hur många nollställen till

$$f(z) = 3z^3 - e^z$$

ligger i  $|z| < 1$ . (5p)

4. Låt  $|z_0| < 1$  och låt  $w = f(z)$  vara en bilinjär transformation sådan att

$$f(z) = \frac{z - z_0}{1 - \bar{z}_0 z}.$$

Visa att  $f(z)$  avbildar  $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$  till  $\mathbb{D} = \{w : |w| < 1\}$ .

(5p)

Lycka till!