

**LAPPSKRIVNING I
KOMPLEX ANALYS 5B1201 OCH 5B1216**

den 23 september 2005, skrivtid 13:15-15:00

Inga hjälpmedel tillåtna

Lappskrivningen består av 3 uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. Totalsumman är $3 \times 3 = 9$ p. För godkänt krävs 6 poäng.

1. Låt

$$u(x, y) = \frac{x^2 + x + y^2}{x^2 + y^2}.$$

- a) För vilka (x, y) är funktionen $u(x, y)$ harmonisk?
b) Hitta alla analytiska funktioner $f(z)$, sådan att $\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$.

2. Beräkna linjeintegralen

$$\oint_C (3x^2y^3 - x^2y) dx + (xy^2 + 3x^3y^2) dy,$$

där $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9\}$.

3. Beräkna integralen

$$\oint_{|z-i|=2} \frac{1}{z^2 + 3z} dz.$$

**Institutionen för Matematik
KTH
Ari Laptev**