

Institutionen för Matematik, KTH  
Ari Laptev

**Tentamen i Komplex Analys 5B1201 och 5B1216,  
05–10–24, klockan 09:00–12:00.**

- Inga hjälpmedel.
- Tentamen består av 4 uppgifter, som kan ge  $4 \times 5 = 20$  poäng. För att vara godkänd krävs minst 15 poäng. Den kortare tentan räcker till betyg 3.
- Den som är godkänd på LS1 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 1.
- Den som är godkänd på LS2 får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 2.
- Den som är godkänd på datalaborationen får 5 poäng som bonus och skall inte skriva uppgift 3.
- Den som önskar få högre betyg tenteras muntligt idag, dvs den 24/10, sal **E53**.
- Varje lösning skall åtföljas av förklarande text och/eller figur. Alla räkningar skall redovisas. I den mån man använder sig av kända satser, skall förutsättningarna för dessa anges.

1. Låt  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ,  $z = x + iy$ , vara analytisk i  $\Omega \subset \mathbb{C}$ . Visa att funktionen

$$u^2(x, y) - v^2(x, y)$$

är harmonisk i  $\Omega$ . (5p)

2. Utveckla funktionen

$$\frac{1}{z-1} e^{\frac{z}{z-1}}$$

i Laurentserie i punkten  $z = 1$ . (5p)

3. Beräkna integralen

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{e^z}{z^2 - 1} dz.$$

(5p)

4. Hitta en bilinjär transformation  $w = f(z)$  som avbildar punkter  $z_1 = 2$ ,  $z_2 = 1 + i$  och  $z_3 = 0$  till  $w_1 = 1$ ,  $w_2 = i$  och  $w_3 = -i$ .

(5p)

Lycka till!