

KTH Matematik
Lars Filipsson

Tentamen i 5B1201 Komplex analys den 6 mars 2007

Skrivtid 09.00-12.00. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Uppgifterna poängsätts med maximalt 5 poäng per uppgift. Minst 15 poäng totalt ger godkänt. Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Den som är godkänd på lappskrivning 1 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 1 nedan. Den som är godkänd på lappskrivning 2 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 2 nedan. Den som är godkänd på datorlaborationen får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 3 nedan. Kontrollera bonuslistan hos skrivningsvakten.

Lycka till!

1. Låt $u(x, y) = \sin xy$. Avgör om det finns en funktion $v(x, y)$ sådan att $u(x, y) + iv(x, y)$ är analytisk i någon omgivning av origo. Bestäm i så fall en sådan funktion v .

2. Beräkna integralen $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} dx$

3. Hur många lösningar (räknade med multiplicitet) har ekvationen $11z^4 - 2e^{2z} + 6z = 2$ då $|z| < 2$?

4. Beräkna, för samtliga heltal n och samtliga positiva reella tal $r \neq 1$, integralen $\int_{|z|=r} \frac{z^n}{(z-1)^n} dz$. (Kurvan genomlöps ett varv i positiv led).