

Inlämningsuppgifter 2 i 5B1216 Komplex analys vt 07

1. Vilka reella 2x2-matriser kan ses som funktionalmatriser till analytiska f ?
2. Uppgift 18 i kapitel 4.5 i Wunschs bok, dvs visa från scratch att

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(w) dw}{(w-z)^2}$$

för f analytisk på och innanför enkel sluten C .

3. Visa att Greens formel i komplex notation kan skrivas

$$\int_{\partial D} f dz + g d\bar{z} = 2i \iint_D \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - \frac{\partial g}{\partial z} \right) dA(z) \quad f, g \in C^1(\bar{D}).$$

4. Låt f vara analytisk i D . Visa att $z \mapsto \overline{f(\bar{z})}$ är analytisk i $\{z \in \mathbb{C} : \bar{z} \in D\}$.
5. Ta \mathbb{C} och lägg till en punkt ∞ så att mängderna $D(r) := \{z \in \mathbb{C} : |z| > r\} \cup \{\infty\}$ bildar en bas av öppna omgivningar till ∞ . Kalla din skapelse (alltså $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$) för \mathbb{P} . Visa att \mathbb{P} är homeomorf med enhetssfären S^2 i \mathbb{R}^3 . Dvs visa att det finns en kontinuerlig bijektion mellan \mathbb{P} och $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = 1\}$ med kontinuerlig invers.