

**Inlämningsuppgifter 3 i 5B1216 Komplex analys vt 07**

1. Visa att potensserier kan deriveras och integreras termvis, och gör det på det sätt som skisseras i uppgifterna 9-11 i kapitel 5.3 i Wunschs bok.
2. Visa följande generaliserade variant av Liouvilles sats: Om  $f$  är en hel analytisk funktion som för någon konstant  $C$  och något heltal  $N$  uppfyller att

$$|f(z)| \leq C(1 + |z|^N), \quad \text{för alla } z \in \mathbb{C},$$

så är  $f$  ett polynom av grad högst  $N$ .

3. Anta att  $f$  är analytisk på och innanför den enkla slutna  $C^1$  kurvan  $\gamma$  och att  $a_0, \dots, a_m$  är ett gäng punkter innanför  $\gamma$ . Visa att

$$p(z) = f(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \left( \prod_{j=0}^m \frac{z - a_j}{w - a_j} \right) \frac{f(w) dw}{w - z}, \quad z \text{ innanför } \gamma,$$

är det unika polynom av grad högst  $m$  som interpolerar  $f$  i punkterna  $a_j$ , dvs sådant att  $p(a_j) = f(a_j)$ ,  $j = 0, \dots, m$ .