

Institutionen för matematik
KTH

TENTAMEN 5B1202, DEL II
DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER FÖR F2, T2 , (E)
3 POÄNG

Onsdagen den 26 maj, 2004, kl. 14.00-19.00

Hjälpmedel: Formelsamlingen BETA

Instruktioner: Tentamen består av 7 uppgifter, som ger totalt högst 36 poäng. Ange hur många poäng du fått tillgodoräknat under kursen (högst 4 poäng). För godkänt betyg (3) krävs 18 poäng, medan för betyg 4 krävs 25 poäng, och för betyg 5, 32 poäng. Lösningarna skall motiveras väl.

- 1) Lös Dirichlets problem i enhetsskivan med villkoret

$$u(x, y) = x - xy \quad \text{för} \quad x^2 + y^2 = 1.$$

(5 p)

- 2) Bestäm en funktion f på reella axeln som uppfyller

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x-t) \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{2}{4+x^2}$$

för alla reella x .

(5 p)

- 3) Finn det polynom p av grad högst 1 som minimerar

$$\int_{-2}^2 \left| e^{-|x|} - p(x) \right|^2 dx.$$

(5 p)

VG.V.

4) Bestäm en talföljd $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ sådan att $a_0 = 1$, $a_1 = 4$ och

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n$$

för $n = 0, 1, 2, \dots$

(5 p)

5) Sätt $f(x) = |x^2 - 4|$ för $x \in \mathbb{R}$. Bestäm första- och andraderivatan (i distributionsmening) av f .

(5 p)

6) Låt c vara ett positivt reellt tal och sätt $f(x) = \cos cx$ för $-\pi \leq x \leq \pi$. Beräkna (utan att använda BETA) Fourierserien för f . Visa att serien konvergerar för alla x .

(5 p)

7) Sätt

$$f(t) = \begin{cases} -1, & t \leq -1, \\ t, & -1 \leq t \leq 1, \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$

Beräkna Fouriertransformen i distributionsmening av f .

(6 p)