

Fourier metoder för F2

5B1202

Inlämningsuppgift 2

1. Finn Fouriertransformen av $\frac{1 - \cos t}{t^2}$

2. Antag att $f \in L^1(\mathbb{R})$, f' kontinuerlig och $f' \in L^1(\mathbb{R})$. Sök en funktion $g \in L^1(\mathbb{R})$ så att

$$g(t) = \int_{-\infty}^t e^{u-t} g(u) du + f'(t), \quad -\infty < t < \infty,$$

3. Bestäm i termer av en integral en lösning till $u_{xx} = u_t$ för $t > 0$ så att $u(x,0) = 1$ då $|x| < 1$ och $u(x,0) = 0$ då $|x| > 1$.

4. Skissa grafen till funktionen f def av

$$f(t) = (1 - e^{-a^2 t^2}) \cos bt, \quad a > 0, b > 0$$

Bestäm $\hat{f}(\omega)$ och skissa \hat{f} 's graf.

5. Låt $f(x) = e^{-|x|}$.

(a) Sök $f * f(x) = \int f(x-y) f(y) dy$

(b) Lös differentialekvationen $y'' - y = e^{-|x|}$ med Fourier metoder.

6. Finn en serielösning till

Dirichletproblemet

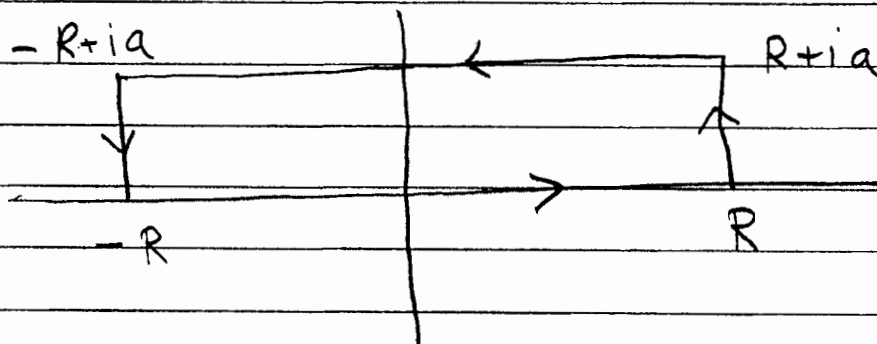
$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & x^2 + y^2 < 1 \\ u(x, y) = |x| & x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

7.* Beräkna $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

genom att använda Cauchys integralsats

på $f(z) = e^{-\frac{z^2}{2}}$ med

konturen nedan.



Välj a lämpligt!

Inlämnas 14/5