

Institutionen för matematik  
KTH  
Avd. Matematik

**KONTROLLSKRIVNING, 5B1202, del 1**  
**Differentialekvationer och transformeringar för F2, (T2) och (E), 3 poäng**

Fredagen den 2 april 2004, 10.15–12.00

*Hjälpmedel:* formelsamlingen BETA

*Instruktioner:* Kontrollskrivningen består av 3 uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 3p. Minst 6 poäng på kontrollskrivningen ger 2 bonuspoäng till tentan. Minst 4 poäng (men mindre än 6) ger på motsvarande sätt ett bonuspoäng till tentan. För poäng krävs väl motiverade lösningar. **Skriv assistentens namn på lösningarna.**

1. a) Bestäm fourierserien till funktionen given av

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$$

där  $f(x) = -f(-x)$  för alla  $x$  och  $f(x+4) = f(x)$  för alla  $x$ .

- b) Använd resultatet i a) för att beräkna

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

2. a) Bestäm fourierserien till funktionen  $f$  definierad av

$$f(t) = \cos(t/2) \quad \text{för} \quad |t| \leq \pi$$

och  $f(t+2\pi) = f(t)$ .

- b) Använd Parsevals formel på resultatet i a) för att beräkna summan  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2-1)^2}$ .

3. Bestäm ortogonala polynom av grad  $\leq 2$  i  $L_w^2(-1, 1)$  med vikten  $w(x) = 1 + x^2$ , dvs. skalärprodukten på rummet är given av

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x) \overline{g(x)} (1 + x^2) dx.$$

Normera polynomen så att koefficienten för högstgradstermen är 1.

LYCKA TILL!