

### Några kombinatorikproblem

1. En kvinna har 11 nära vänner. Hon vill bjuda fem av dem på middag. På hur många sätt kan detta ske om två av vännerna inte går att bjuda samtidigt?
2. Hur många permutationer av siffrorna 1, 2, 3, ..., 8 finns det där inget av paren 12, 34, 56, 78 finns med som delord. T ex så är ordet 13456827 förbjudet medan ordet 87654321 är tillåtet.
3. En åttamannagrupp skall utses bland 15 norrmän och 10 svenskar. På hur många sätt kan detta ske om gruppen skall innehålla fler norrmän än svenskar.
4. Betrakta en mängd med  $n$  element,  $n \geq 1$ . Visa att antalet delmängder med ett udda antal element är lika stort som antalet delmängder med ett jämnt antal element. Även tomma mängden och hela mängden räknas som delmängder.
5. Visa att bland 14 tal väljs bland talen  $\{1, 2, 3, \dots, 25\}$  så kommer minst två av de valde att ha summan 26.
6. Visa att för varje naturligt tal  $n$ , med  $n \geq 1$ , så gäller

$$\binom{2n}{n} + \binom{2n}{n-1} = \frac{1}{2} \binom{2n+2}{n+1}.$$

7. På hur många sätt kan 24 kriterier fördelas i fyra klassrum, så att det största klassrummet får lika många kriterier som de andra klassrummen tillsammans.
8. Åtta olika tärningar kastas. Vad är sannolikheten att alla de sex olika möjliga utfallen dyker upp.
9. Sju olikfärgade bollar kastas i fyra lådor numrerade I, II, III, IV.
  - a) På hur många olika sätt kan de sju bollarna fördelas så att ingen av lådorna blir tom.
  - b) På hur många olika sätt kan de sju bollarna fördelas så att ingen av lådorna blir tom och den blåa bollen hamnar i låda nummer II.
  - c) Lådorna oidentifieras så att de inte går att särskilja. På hur många sätt kan då bollarna fördelas om man tillåter att någon av lådorna får vara tom.