

**Tenta A i 5B1204 DISKRET MATEMATIK för D och 5B1203 DISKRET MATEMATIK för F3 och F1spec den 5 juni 2007.**

Maxpoäng på skrivningen är 26p. Betygsgränserna är:

betyg 3: 12p,

betyg 4: 16p,

betyg 5: 21p.

Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.

**Skrivtid:** 8.00-13.00.

**Hjälpmedel:** Inga hjälpmedel tillåtna.

**Motivera dina lösningar!!!**

- (3p) Visa att två permutationer är konjugerade om och endast om de är av samma typ.
- (3p) Låt  $\varphi$  beteckna Eulers  $\varphi$ -funktion. Visa att om  $n = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \dots \cdot p_k^{e_k}$  där talen  $p_1, p_2, \dots, p_k$  är olika primtal och  $e_1, e_2, \dots, e_k$  är positiva heltal så gäller att

$$\varphi(n) = n \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right).$$

- (a) (1p) Beräkna  $7!$ .
- (b) (1p) Beräkna  $S(5, 3)$ .
- (c) (1p) Beräkna  $\binom{8}{2,3,3}$ .
- (a) (2p) Beräkna  $1024^{4096} \pmod{51}$ .
- (b) (2p) Bestäm  $17^{-1}$  i ringen  $Z_{53}$ .
- (3p) Grafen  $G$  har precis en cykel. Antalet noder i  $G$  är 384 och antalet kanter är 383. Hur många komponenter består  $G$  av.
- (3p) På hur många sätt kan mängden  $\{A, B, C, D, 1, 2, 3, \dots, 12\}$  delas in i tre oetiketterade delmängder så att  $A$  och  $B$  tillhör olika mängder och så att 1, 2 och 3 också tillhör olika delmängder.
- Betrakta grafen  $G$  med noder i de parvis disjunkta mängderna  $A_1, A_2$  och  $A_3$  och en kant mellan noden  $x \in A_i$  och noden  $y \in A_j$  om och endast om  $i \neq j$ .
  - (2p) Under vilka förutsättningar har grafen  $G$  en Eulerkrets?
  - (2p) Antag att grafen  $G$  saknar en Eulerkrets. Under vilka förutsättningar kan man då plocka bort kanter från grafen  $G$  så att en Eulerkrets finns i den graf som då återstår?
- (3p) Låt  $\varphi$  och  $\psi$  beteckna nedanstående permutationer:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Undersök om det finns någon permutation  $x$  sådan att  $x\varphi x^3 = \psi$ .