

Tenta A i 5B1204 DISKRET MATEMATIK för D och 5B1203 DISKRET MATEMATIK för F3 och F1spec den 28 mars 2007.

Max är 28 poäng och 13 räcker säkert för godkänt. Möjlighet att komplettera får den som har 12 poäng.

Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.

Skrivtid: 8.00-13.00.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel tillåtna.

Motivera dina lösningar!!!

1. Bevisa att det finns oändligt många primtal. (3p)

2. Låt $G = (V, E)$ vara en sammanhängande planär graf. Formulera och visa (du får använda Eulers polyederformel i beviset) en olikhet mellan antalet noder och antalet kanter i G . Använd olikheten för att visa att K_5 inte är planär. (3p)

3. Lös rekursionsekvationen

$$a_n = a_{n-1} + 30a_{n-2}$$

med startvärden $a_0 = 1, a_1 = -27$. (3p)

4. Vi betraktar en graf G med 41 noder. Valensen hos 18 av noderna är 1, 18 noder har valensen 2, och resterande fem noder har valensen 4.

(a) Bestäm antalet kanter i G . (1p)

(b) Visa att G inte kan vara sammanhängande. (2p)

(c) Rita en graf som har 41 noder, sådan att precis 18 av noderna har valensen 1, 18 av noderna har valensen 2 och fem av noderna har valensen 4. (2p)

5. Bestäm samtliga gemensamma delare till de tre talen 3332, 2520 och 2310. (3p)

6. Betrakta $n + k$ olika duvor, där $k > 1$, som flyger till n olika redena.

(a) På hur många olika sätt kan duvorna fördelas i redena? (2p)

(b) På hur många olika sätt kan duvorna fördelas i redena om inget rede får innehålla mer än två duvor? (2p)

7. Betrakta permutationerna

$$\varphi = (1\ 2\ 3)(1\ 4\ 5)(1\ 6\ 7) \quad \text{och} \quad \gamma = (1\ 3\ 5)(3\ 6\ 2)(4\ 7).$$

Undersök om det finns någon 2-cykel (transposition) ψ sådan att permutationerna φ och $\gamma\psi$ är konjugerade permutationer. (3p)

8. Ett element y är en jämn kvadrat i en ring Z_n om det finns ett element x i Z_n sådant att $y = x^2$.

(a) Låt p vara ett primtal. Bestäm antalet olika jämna kvadrater i ringen Z_p . (2p)

(b) Antag $n = p_1 p_2 \cdots p_k$ där talen p_1, p_2, \dots, p_k är olika primtal. Bestäm antalet jämna kvadrater i ringen Z_n . (2p)