

Tenta A i 5B1204 DISKRET MATEMATIK för D och 5B1203 DISKRET MATEMATIK för F3 och F1spec den 5 juni 2007.

Maxpoäng på skrivningen är 26p. Betygsgränserna är:

betyg 3: 12p,

betyg 4: 16p,

betyg 5: 21p.

Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.

Skrivtid: 8.00-13.00.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel tillåtna.

Motivera dina lösningar!!!

- (3p) Visa att två permutationer är konjugerade om och endast om de är av samma typ.
- (3p) Låt φ beteckna Eulers φ -funktion. Visa att om $n = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \dots \cdot p_k^{e_k}$ där talen p_1, p_2, \dots, p_k är olika primtal och e_1, e_2, \dots, e_k är positiva heltal så gäller att

$$\varphi(n) = n \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right).$$

- (a) (1p) Beräkna $7!$.
- (b) (1p) Beräkna $S(5, 3)$.
- (c) (1p) Beräkna $\binom{8}{2,3,3}$.
- (a) (2p) Beräkna $1024^{4096} \pmod{51}$.
- (b) (2p) Bestäm 17^{-1} i ringen Z_{53} .
- (3p) Grafen G har precis en cykel. Antalet noder i G är 384 och antalet kanter är 383. Hur många komponenter består G av.
- (3p) På hur många sätt kan mängden $\{A, B, C, D, 1, 2, 3, \dots, 12\}$ delas in i tre oetiketterade delmängder så att A och B tillhör olika mängder och så att 1, 2 och 3 också tillhör olika delmängder.
- Betrakta grafen G med noder i de parvis disjunkta mängderna A_1, A_2 och A_3 och en kant mellan noden $x \in A_i$ och noden $y \in A_j$ om och endast om $i \neq j$.
 - (2p) Under vilka förutsättningar har grafen G en Eulerkrets?
 - (2p) Antag att grafen G saknar en Eulerkrets. Under vilka förutsättningar kan man då plocka bort kanter från grafen G så att en Eulerkrets finns i den graf som då återstår?
- (3p) Låt φ och ψ beteckna nedanstående permutationer:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Undersök om det finns någon permutation x sådan att $x\varphi x^3 = \psi$.