

**Tenta A i 5B1204 DISKRET MATEMATIK för D och 5B1203 DISKRET MATEMATIK för F3 och F1spec den 28 mars 2007.**

Max är 28 poäng och 13 räcker säkert för godkänt. Möjlighet att komplettera får den som har 12 poäng.

Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.

**Skrivtid:** 8.00-13.00.

**Hjälpmedel:** Inga hjälpmedel tillåtna.

**Motivera dina lösningar!!!**

1. Bevisa att det finns oändligt många primtal. (3p)

2. Låt  $G = (V, E)$  vara en sammanhängande planär graf. Formulera och visa (du får använda Eulers polyederformel i beviset) en olikhet mellan antalet noder och antalet kanter i  $G$ . Använd olikheten för att visa att  $K_5$  inte är planär. (3p)

3. Lös rekursionsekvationen

$$a_n = a_{n-1} + 30a_{n-2}$$

med startvärden  $a_0 = 1, a_1 = -27$ . (3p)

4. Vi betraktar en graf  $G$  med 41 noder. Valensen hos 18 av noderna är 1, 18 noder har valensen 2, och resterande fem noder har valensen 4.

(a) Bestäm antalet kanter i  $G$ . (1p)

(b) Visa att  $G$  inte kan vara sammanhängande. (2p)

(c) Rita en graf som har 41 noder, sådan att precis 18 av noderna har valensen 1, 18 av noderna har valensen 2 och fem av noderna har valensen 4. (2p)

5. Bestäm samtliga gemensamma delare till de tre talen 3332, 2520 och 2310. (3p)

6. Betrakta  $n + k$  olika duvor, där  $k > 1$ , som flyger till  $n$  olika redena.

(a) På hur många olika sätt kan duvorna fördelas i redena? (2p)

(b) På hur många olika sätt kan duvorna fördelas i redena om inget rede får innehålla mer än två duvor? (2p)

7. Betrakta permutationerna

$$\varphi = (1\ 2\ 3)(1\ 4\ 5)(1\ 6\ 7) \quad \text{och} \quad \gamma = (1\ 3\ 5)(3\ 6\ 2)(4\ 7).$$

Undersök om det finns någon 2-cykel (transposition)  $\psi$  sådan att permutationerna  $\varphi$  och  $\gamma\psi$  är konjugerade permutationer. (3p)

8. Ett element  $y$  är en jämn kvadrat i en ring  $Z_n$  om det finns ett element  $x$  i  $Z_n$  sådant att  $y = x^2$ .

(a) Låt  $p$  vara ett primtal. Bestäm antalet olika jämna kvadrater i ringen  $Z_p$ . (2p)

(b) Antag  $n = p_1 p_2 \cdots p_k$  där talen  $p_1, p_2, \dots, p_k$  är olika primtal. Bestäm antalet jämna kvadrater i ringen  $Z_n$ . (2p)