MATEMATISKA INSTITUTIONEN
KTH
Examinator: Svante Linusson
telefon 790 9444

Tenta A i 5B1204 DISKRET MATEMATIK för D
29 mars 2006

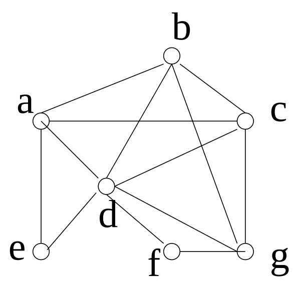
Max är 27 poäng och 13 räcker säkert för godkänt. Möjlighet att kompletera får den som har 12 poäng.
Godkänt på lappskrivningarna 1-3 ger en bonuspoäng per styck.
Eventuell medhavd Lappskrivning 3 återlämnas till lärare vid skrivningens början.
Skrivtid: 8.00-13.00.
Hjälpmedel: Inga hjälpmedel tillåtna.
Motivera dina lösningar!!!

1. Formulera och bevisa en formel för antalet sätt att välja r objekt oordnat bland n möjliga då repetition är tillåten. (3 poäng)

2. Låt $G = (V, E)$ vara en sammanhängande planär graf. Formulera och visa (du får använda Eulers polyederformel i beviset) en olikhet mellan antalet noder och antalet kanter i G. Använd olikheten för att visa att K_5 inte är planär. (3 poäng)

3. Hur många heltalslösningar finns det till
$$a + b + c + d = 17,$$
om $a, b \geq 0$ och $c, d > 0$. (3 poäng)

4. Låt G vara följande graf.



   (a) Finns det en sluten (d.v.s. som börjar och slutar i samma nod) Eulerstig i G? (2 poäng)
   (b) Kanten $\{a, b\}$ är en matchning. Använd utökande stigar (alternating paths) för att hitta en maximal matching i G. (2 poäng)
   (c) Vad är kromatiska talet för G? (2 poäng)

5. Hur många $\pi \in S_7$ uppfyller $\pi^3 = id$. (3 poäng)

6. Givet en graf G definiera en relation $\mathcal{R}$ på noderna i G, där $x\mathcal{R}y$ om x och y kan ha samma färg i en godkänd färgning av noderna i G. Visa att $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation om $G = K_{m,n}$ och beskriv partitionen av noderna som induceras av relationen. Rita en graf för vilken relationen $\mathcal{R}$ inte är en ekvivalensrelation och motivera varför den inte är det. (3 poäng)

7. Elva harar skulle dela en hög med maskrosblad. De delade i elva högar med lika många blad i varje hög och fick 3 blad över. Den minsta haren tog de 3 bladen och smet iväg. De blad som var kvar delades nu i tio lika stora högar och det blev 9 över. Den största haren tog dessa nio blad och två av högarna och gick iväg med dem. Slutligen delades de blad som var kvar i nio lika stora högar och det blev 3 blad över. De kvarvarande hararna tog var sin hög och skänkte de tre bladen till välgörande ändamål. Hur många blad var det från början? (3 poäng)

8. Visa att $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$ saknar heltalslösningar x, y. (Tips: räkna modulo lämpligt heltal) (3 poäng)

Lycka Till!

Svante

Svar kommer att ligga ute på hemsidan efter skrivtidens slut.
Där meddelas också när tentan är färdigrättad.