

Kontrollskrivning, 2005-10-27, kl. 08.00–10.00.

5B1206 Differentialekvationer I, för BDMP.

Kontrollskrivning 1! Skriv **program: samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 1) Vi har en vattentank som rymmer exakt 100 liter. Från början har vi tanken fylld med 100 liter saltvatten taget från världshavet med salthalt 3,3%. Vi önskar få bräckvatten som passar sälarna från Östersjön. Dessa trivs med 1,1% salthalt. Vi gör så här: vi fyller på med färskt kranvatten (utan salt) medan vi samtidigt håller ut saltblandat vatten, båda i takt 1 liter per minut. Hela tiden blandar vi frenetiskt ut den allt svagare saltlösningen. Efter hur lång tid kommer salthalten i tanken att passa sälarna?

Om x betecknar totala mängden salt i tanken, så får vi ekvationen

$$dx = -\frac{x}{100} dt,$$

eftersom 1 liter per minut motsvarar $1/100$ minskning per tidsenhet. Vi får

$$x = x_0 e^{-t/100},$$

och eftersom totala volymen är konstant i tanken, får vi samma utveckling för saltkoncentrationen, vilken vi betecknar med y :

$$y = y_0 e^{-t/100}.$$

Den ursprungliga koncentrationen är $y_0 = 0,033$, så att

$$y = 0,033 e^{-t/100}.$$

Vi söker nu den tidpunkt då $y = 0,011$. Den ges ur ekvationen

$$0,011 = 0,033 e^{-t/100},$$

dvs vid tidpunkten

$$t = 100 \ln 3 \approx 110 \text{ minuter.}$$