Dagens teman

- ODE, terminologi: Lösning, begynnelsevärdes-problem, randvärdesproblem (ZC4.1)

- Reduktion av ordningen (ZC4.2)

Linjära ODE av godtycklig ordning:
ZC 4.1

$$y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \ldots a_1(x)y' + a_0(x)y = \begin{cases} g(x). & \text{Allmänna fallet,} \quad \text{(A)} \\ 0. & \text{Homogena fallet,} \quad \text{(H)} \end{cases}$$

För *begynnelsevärdesproblem* (inital value problems) söker man lösningar i ett intervall som innehåller ”begynnelsepunkten” x_0, samt där de n talen

$$y^{(n-1)}(x_0), \ldots, y'(x_0), y(x_0)$$

antar föreskrivna värden. (ZC 4.1.1)

För *randvärdesproblem* (boundary value problems) söker man istället lösningar i något intervall $a \le x \le b$, lösningar som dessutom uppfyller n st föreskrivna villkor på den och/eller dess derivator i *båda* ändpunkterna. (ZC 4.1.1)

Existens- och entydighetssats (ZC, Th 4.1):

Om koefficienterna och HL i ekvationen

$$y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \ldots a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

är kontinuerliga i ett intervall, så kommer begynnelsevärdesproblemen (med begynnelsepunkten i intervallet) att ha en och endast en lösning i det intervallet.

Reduktion av ordning

ZC4.2

Om $y_1(x)$ är en känd icke-trivial lösning till

$$y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$$

och $y_1(x)$ är en lösning $\neq 0$, så ger substitutionen

$$y(x) = y_1(x) \cdot u(x), \text{ (}u\text{ ny obekant funktion)}$$

en linjär och homogen differentialekvation av ordning $n - 1$, med $u'(x)$ som obekant.