

Kontrollskrivning nr 2, Differentialekvationer II, för T2
den 7 mars 2006, kl 10.15 - 11.00

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 2 vid tentan den 19 april och omtentan den 7 juni.

Liten formelsamling finns på omstående sida, f.ö. inga hjälpmedel tillåtna.

1. Bestäm de funktioner som har fouriertransformerna

a. $X_1(w) = \frac{1}{(w^2 + 2)(w^2 + 4)},$ (2p)

b. $X_2(w) = w e^{-3|w|}.$ (2p)

(Frekvensvariabeln w mäts i radianer/tidsenhet.)

2. Bestäm fouriertransformerna till

a. $y_1(t) = \sin(3t - \pi/2),$ (2p)

b. $y_2(t) = e^{-2|t|} \cos t.$ (2p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar.

**Kontrollskrivning nr 2, Differentialekvationer II, för T2
den 7 mars 2006, kl 10.15 - 11.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 2 vid tentan den 19 april och omtentan den 7 juni.

Liten formelsamling finns på omstående sida, f.ö. inga hjälpmedel tillåtna.

1. Bestäm de funktioner som har fouriertransformerna

a. $X_1(w) = \frac{1}{(w^2 + 3)(w^2 + 4)},$ (2p)

b. $X_2(w) = w e^{-2|w|}.$ (2p)

(Frekvensvariabeln w mäts i radianer/tidsenhet.)

2. Bestäm fouriertransformerna till

a. $y_1(t) = \cos(2t + \pi/2),$ (2p)

b. $y_2(t) = e^{-3|t|} \sin t,$ (2p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar.

Liten formelsamling

Fouriertransformen

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt,$$

Funktion	Transform, ω mätt i rad./tidsenhet
Om $x(t)$	$Z(\omega)$
så $Z(t)$	$2\pi x(-\omega)$
$x(t)$	$X(\omega)$
$e^{i\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
$x(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0} X(\omega)$
$x(at), a \neq 0$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$x(-t)$	$X(-\omega)$
$(x * y)(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} (X * Y)(\omega)$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$i\omega X(\omega)$
$t x(t)$	$i \frac{d}{d\omega} X(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n} x(t)$	$(i\omega)^n X(\omega)$
$t^n x(t)$	$i^n \frac{d^n}{d\omega^n} X(\omega)$

Funktion	Transform, ω mätt i radianer/tidsenhet
$d(t)$	1
1	$2\pi d(\omega)$
$d(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0}$
$e^{i\omega_0 t}$	$2\pi d(\omega - \omega_0)$
$d(t + t_0) + d(t - t_0)$	$e^{i\omega t_0} + e^{-i\omega t_0} = 2 \cos(\omega t_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi (d(\omega + \omega_0) + d(\omega - \omega_0))$
$d(t + t_0) - d(t - t_0)$	$e^{i\omega t_0} - e^{-i\omega t_0} = 2i \sin(\omega t_0)$
$\sin(\omega_0 t)$	$\pi i (d(\omega + \omega_0) - d(\omega - \omega_0))$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} d(t - nT)$	$\frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d(\omega - 2\pi n/T)$
$e^{-at} u(t), a > 0$	$\frac{1}{a + i\omega}$
$e^{-a t }, a > 0$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{a^2 + t^2}$	$\frac{\pi}{a} e^{-a \omega }$
$\text{rect}(t)$	$\text{sinc}(\omega/(2\pi))$
$\text{sinc}(t)$	$\text{rect}(\omega/(2\pi))$

Om d-funktionen

Skalning: $d(at) = \frac{1}{|a|} d(t), \text{ om } a \neq 0.$

Faltning: $x(t) * d(t - a) = x(t - a).$

Om $x(t)$ är kontinuerlig för $t = a$:

Multiplikation $x(t) \cdot d(t - a) = x(a) \cdot d(t - a),$

Integration: $\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot d(t - a) dt = x(a), \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} dt = 2\pi d(\omega).$

Derivata av språngfunktion: $d(t) = \frac{d}{dt} u(t),$

där $u(t) = 1 \text{ om } t > 0 \text{ och } = 0 \text{ om } t < 0.$

Svar

A 1a. $x_1(t) = \frac{1}{4\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|t|} - \frac{1}{8} e^{-2|t|},$

1b. $x_2(t) = \frac{6it}{p(9 + t^2)^2}.$

2a. $Y_1(w) = -p(d(w + 3) + d(w - 3)),$

2b $Y_2(w) = \frac{2}{4 + (w + 1)^2} + \frac{2}{4 + (w - 1)^2}.$

B 1a. $x_1(t) = \frac{1}{2\sqrt{3}} e^{-\sqrt{3}|t|} - \frac{1}{4} e^{-2|t|},$

1b. $x_2(t) = \frac{4it}{p(4 + t^2)^2}.$

2a. $Y_1(w) = -pi(d(w + 2) - d(w - 2)),$

2b $Y_2(w) = \frac{3i}{9 + (w + 1)^2} - \frac{3i}{9 + (w - 1)^2}.$