På dagens agenda

- Poissons summationsformel [H 6.5, OW (7.23)]
- Sampling (≈ A/D-omvandling) [H 8, OW 7.1–3]
- Rekonstruktion (PAM) (≈ D/A-omvandling)
- Rekonstruktionsfel + vikning

Tillhörande övning 6:

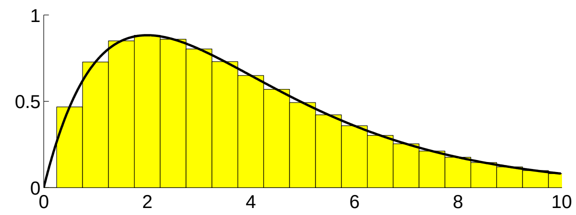
Grupp 1: 18/11, 08-10 i E35. Niklas Wernersson

Grupp 2: 18/11, 08-10 i E36. Svante Bergman

Grupp 3: 19/11, 10-12 i L52. Niklas Wernersson

Grupp 4: 19/11, 10-12 i L53. Svante Bergman

Minns du numerisk beräkning av FT



- Numerisk approximation av $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$ ger

$$\hat{X}_T(f) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j2\pi fnT} = TY_d(fT)$$

där $y[n] = x(nT)$, d.v.s. samplad version av $x(t)$.

- Det finns en relation mellan TDFT $Y_d(\nu)$ och FT $X(f)$, men hur?

Poissons summationsformel

Behöver: Relation (5.7) sid 72 i Hjalmarsson

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi fTn} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(fT+k)$$

Skalning av Dirac, (4.7) sid 56 i [H] eller Beta: $\delta(fT) = \frac{1}{T}\delta(f)$

Härledning: På tavlan ger…

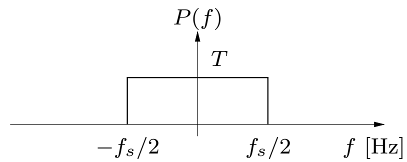
Poissons summationsformel: Låt $y[n] = x(nT)$

$$\boxed{\begin{aligned} Y_d(\nu) &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{\nu-k}{T}\right) \\ Y_d(fT) &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f-kf_s) \end{aligned}}$$

Rekonstruktion

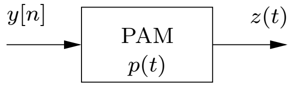
Kan vi få tillbaka $X(f)$ från $Y_d(fT)$?

- Om $X(f)$ är strikt bandbegränsad (som i Matlabdemo 1) så är $X(f) = P(f)Y_d(fT)$ om



- Den observante känner nu igen samplingsteoremet: Perfekt rekonstruktion om $x(t)$ bandbegränsad till $f_s/2$ och $p(t) = \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t}$.

Pulsamplitudmodulering (PAM)



Frekvensdomänen:

$$Z(f) = P(f)Y_d(fT)$$

Tidsdomänen:

$$z(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]p(t-nT)$$

Varje sampel ersätts med en puls med $y[n]$ som amplitud.

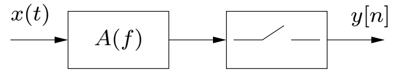
ZOH: Zero-order-hold (+ LP-filter) i praktiken (mer i S&SII)

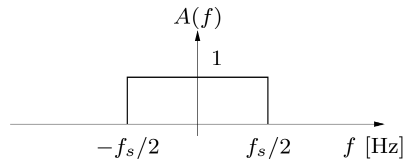
$$p(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < T \\ 0 & \text{annars} \end{cases}, \qquad P(f) = \frac{1-e^{-j2\pi fT}}{j2\pi f}$$

Vikningsdistorsion

Vad händer om samplingsteoremet inte är uppfyllt?

- Frekvenskomponenter över $f_s/2$ viks ner i intervallet $[-f_s/2, f_s/2]$.
- Kan vikningsdistorsion undvikas? Ja, med ett s.k. antivikningsfilter *före* sampling





Kort sammanfattning

- Sampling är ögonblicksbilder av en signal, d.v.s. $y[n] = x(nT)$. I frekvensdomänen gäller Poissons summationsformel

$$Y_d(fT) = \frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - mf_s)$$

- Rekonstruktion med PAM (D/A) ersätter den samplade signalen med tidskontinuerliga pulser, d.v.s. $z(t) = \sum_n y[n]p(t-nT)$. I frekvensdomänen blir det

$$Z(f) = P(f)Y_d(fT)$$

- Lös problemen i frekvensdomänen.

Minns du föreläsningen?

- Vilken relation råder mellan ν och f vid sampling?
- Vad händer om en signal inte är strikt bandbegränsad?
- Hur ser PAM ut vid perfekt rekonstruktion?
- Vad får $x(t) = \cos(2\pi \cdot 300t)$ för frekvens om man samplar och rekonstruerar "perfekt" med $f_s = 400$ Hz?
- Vad får ovanstående för frekvens om man har ett antivikningsfilter före sampling?

Tack för mig.
Hoppas att jag väckt ett litet intresse för kommande S3s kurser: *Signaler & System II, Signalteori, Digital signalbehandling, Digital kommunikation, Reglerteknik, Adaptiv signalbehandling, m.m.*.