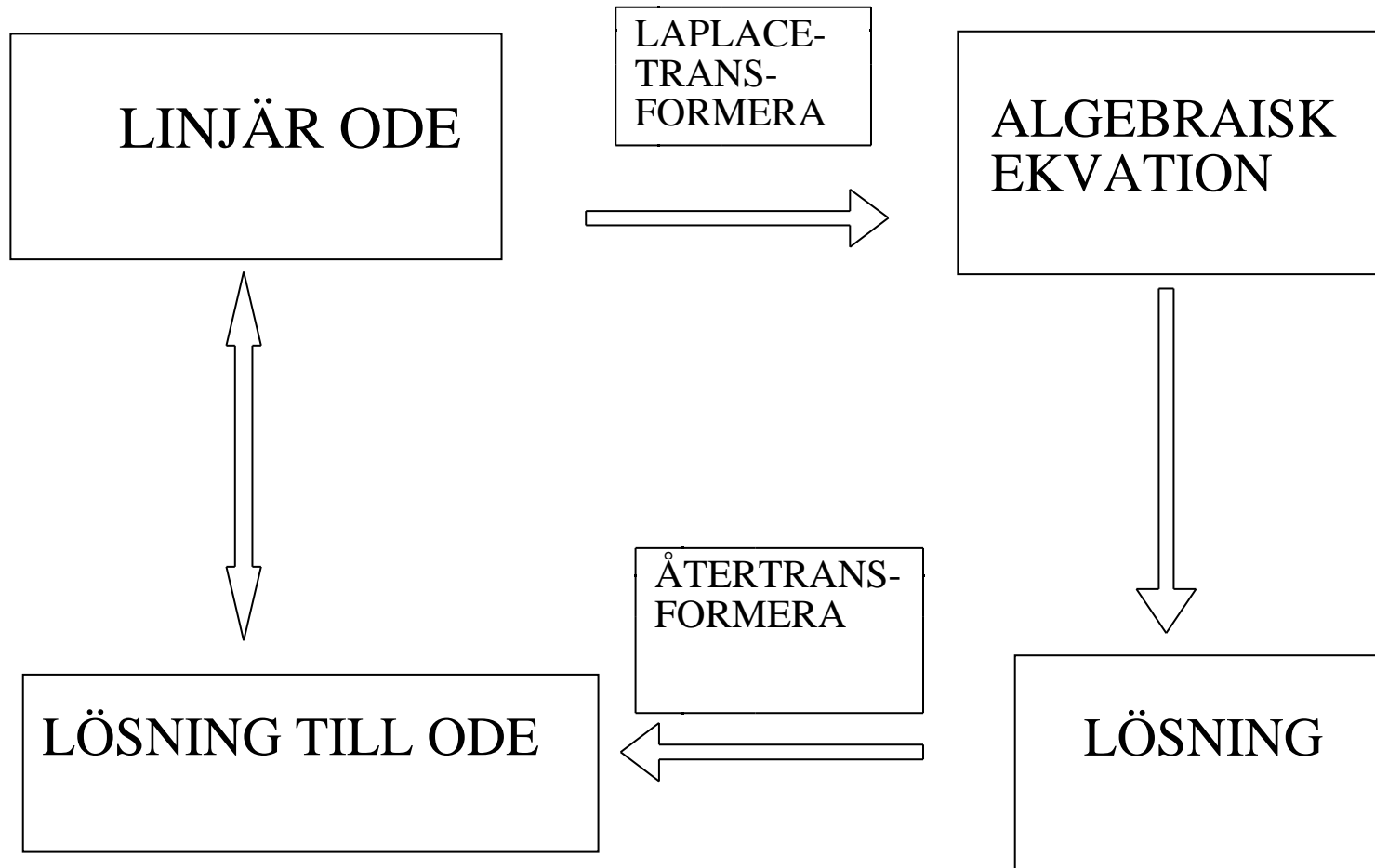


Definition av Laplacetransform.

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = F(s)$$

Egenskaper.

$$L\{c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)\} = c_1 L\{f_1(t)\} + c_2 L\{f_2(t)\}$$



Om $F(s) = L\{f(t)\}$ och a är ett godtyckligt reellt tal, då är $L\{e^{at}f(t)\} = F(s - a)$.

Om $F(s) = L\{f(t)\}$ och $n = 1, 2, 3, \dots$,
då gäller $L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$.

Funktionen $U(t - a)$ definieras av

$$U(t - a) = \begin{cases} 0 & \text{då } t < a \\ 1 & \text{då } t \geq a \end{cases}$$

Om $F(s) = L\{f(t)\}$ och $a > 0$,

då är $L\{f(t - a)U(t - a)\} = e^{-as}F(s)$.

$$f_a(t) = \frac{1}{2a} \{U(t - (t_0 - a)) - U(t - (t_0 + a))\}$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} L\{f_a(t)\} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{e^{-t_0 s}}{2as} (e^{as} - e^{-as}) = L\{\delta(t - t_0)\} = e^{-st_0}$$

Transform av Diracs deltafunktion

$$\text{För } t_0 > 0 \quad L\{\delta(t - t_0)\} = e^{-st_0}$$

$$L\{f(t)\} = sF(s) - f(0)$$

$$L\{f(t)\} = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$$

Om $f(t)$ är styckvis kontinuerlig på $[0, \infty)$,
av exponentiell ordning och periodisk med perioden T ,

$$\text{då } L\{f(t)\} = \frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t) dt.$$

$$f(t + T) = f(t)$$

Låt funktionerna f och g vara styckvis kontinuerliga på intervallet $[0, \infty)$, då ges faltningen $f * g$, av f och g av integralen

$$f * g = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)d\tau.$$

Om $f(t)$ och $g(t)$ är styckvis kontinuerliga på $[0, \infty)$ och av exponentiell ordning ,

$$\text{då } \mathbf{L}\{f * g\} = \mathbf{L}\{f(t)\}\mathbf{L}\{g(t)\} = \mathbf{F}(s)\mathbf{G}(s)$$