Kontrollskrivning 6. 5B1212 . CL HT03.Fredag 5/12
Svar och lösningsförslag

Uppgift A-version:

a) Ange Fourierserien $F_f(x)$ till $f(x) = \begin{cases} 1-x & -2 < x < 0 \\ 0 & 0 < x < 2 \end{cases}$.

Eventuella bestämda integraler behöver inte beräknas, men skall uttryckas på enklast möjliga sätt för den aktuella funktionen $f(x)$.

b) Bestäm $F_f(-1)$ och $F_f(0)$

Svar A-version: a) $F_f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{np}{2} x + b_n \sin\frac{np}{2} x$, där

$$a_0 = \frac{1}{2}\int_{-2}^{0}(1-x)\,dx,\ \ a_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{0}(1-x)\cos\frac{np}{2}x\,dx,\ \ b_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{0}(1-x)\sin\frac{np}{2}x\,dx.$$

b) $F_f(-1) = 2$, $F_f(0) = 1/2$.

Uppgift B-version:

a) Ange Fourierserien $F_f(x)$ till $f(x) = \begin{cases} 2-x & -4 < x < 0 \\ 0 & 0 < x < 4 \end{cases}$.

Eventuella bestämda integraler behöver inte beräknas, men skall uttryckas på enklast möjliga sätt för den aktuella funktionen $f(x)$.

b) Bestäm $F_f(-2)$ och $F_f(0)$

Svar B-version: a) $F_f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{np}{4} x + b_n \sin\frac{np}{4} x$, där

$$a_0 = \frac{1}{4}\int_{-4}^{0}(1-x)\,dx,\ \ a_n = \frac{1}{4}\int_{-4}^{0}(1-x)\cos\frac{np}{4}x\,dx,\ \ b_n = \frac{1}{4}\int_{-4}^{0}(1-x)\sin\frac{np}{4}x\,dx.$$

b) $F_f(-2) = 4$, $F_f(0) = 1$.

LÖSNINGAR A-version:

a) Följer direkt av Fourierseriens definition (se läroboken) och det faktum att $f(x) = 0$ för $0 < x < 2$.

b) Eftersom f och f' är styckvis kontinuerliga på $(-2,2)$ gäller enligt sats att F_f konvergerar mot $f(x)$ där f är kontinuerlig och mot medelvärdet av höger- och vänstergränsvärdet i diskontinuitetspunkter. Alltså är $F_f(-1) = f(-1) = 2$ och

$$F_f(0) = \frac{\lim_{x\to 0+} f(x) + \lim_{x\to 0-} f(x)}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}.$$