Hans Thunberg
KTH Matematik

**Svar till valda övningar i kompendiet *Fouriertransformen och Fourierintegraler***
**Kapitel 3 och 4**

Ö 3.1 a) $\hat{f}(w) = \dfrac{2a}{a^2 + w^2}$, $f(t) = \dfrac{a}{p}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{e^{iwt}}{a^2 + w^2}\,dw$ för alla $t$.

b) $\hat{f}(w) = \dfrac{-4iaw}{\left(a^2 + w^2\right)^2}$, $f(t) = -\dfrac{2ia}{p}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{we^{iwt}}{\left(a^2 + w^2\right)^2}\,dw$ för alla $t$.

c) $\hat{f}(w) = 2\dfrac{w\sin w + \cos w - 1}{w^2}$,

$$\frac{1}{p}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{w\sin w + \cos w - 1}{w^2} e^{iwt}\,dw = \begin{cases} f(t) \text{ för alla } t \neq \pm 1 \\ \dfrac{1}{2}, \quad t = \pm 1 \end{cases}$$

---

Ö 3.2 $\hat{f}(w) = \dfrac{e^{iwp} - e^{-2iwp} + 1}{iw}$

---

Ö 3.4 $\hat{f}(w) = \dfrac{2c\sin a w}{w}$, $f(t) = \dfrac{1}{p}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{2c\sin a w}{w} e^{iwt}\,dw$, $A(w) = 2\left|\dfrac{c\sin a w}{w}\right|$

---

Ö. 4.2 $F\left(\dfrac{t}{(a^2 + t^2)^2}\right) = \dfrac{pw}{2ia} e^{-a|w|}$

---

Ö 4.3 $\dfrac{1}{p(1 + t^2)}$

---

Ö 4.8 a) $2\dfrac{e^{-icw}}{1 + w^2}$ b) $2\dfrac{ae^{-icw/a}}{1 + w^2}$ c) $2\dfrac{ae^{-icw}}{1 + w^2}$

---

Ö 4.9 $h(t) = \dfrac{1}{6} e^{ipt - 3|t|}$

---

Ö 4.11 $4a\dfrac{a^2 - 3w^2}{\left(a^2 + w^2\right)^3}$

---

Ö 4.12 $-\dfrac{1}{\sqrt{2p}}te^{-t^2/2}$

---

Ö 4.14 $\hat{y}(w) = -\dfrac{2}{1+w^2}$. Genom att kombinera transformerna för $e^{-|t|}$ respektive $te^{-|t|}$ finner man

$$y(t) = -\frac{1}{2}\left(1+|t|\right)e^{-|t|}$$