

Kontrollskrivning, 2007-04-27, kl. 13.15–15.00.

5B1219 Vektoranalys och komplexa funktioner, för E.

Kontrollskrivning MODUL 1 (rep). Skriv **program: samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 1) Betrakta vektorfältet

$$\mathbf{A} = (xy)^a z^b (x^c, y^c, z^c).$$

där  $(x, y, z)$  är Ortsvektorn. För vilket eller vilka värden på konstanterna  $a, b, c$  blir rotationen av  $\mathbf{A}$  lika med noll?

---

Vi skriver  $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ , och beräknar rotationen:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{A} &= \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) = \\ &= \left( ax^a y^{a-1} z^{b+c} - bx^a y^{a+c} z^{b-1}, bx^{a+c} y^a z^{b-1} - ax^{a-1} y^a z^{b+c}, ax^{a-1} y^{a+c} z^b - ax^{a+c} y^{a-1} z^b \right) \\ &= (xy)^a z^b (ay^{-1} z^c - by^c z^{-1}, bx^c z^{-1} - ax^{-1} z^c, ax^{-1} y^c - ax^c y^{-1}). \end{aligned}$$

Om vi sätter detta lika med nollvektorn  $(0, 0, 0)$  för alla val av  $(x, y, z)$ , så finns två möjligheter: (1) att  $a = b = 0$ , eller (2) att  $c = -1$  medan  $a = b$ .

---

2. (MODUL 1) För var och en av de olika sammansättningarna av grad, div, och rot verkande på skalär- eller vektor-fält i  $\mathbf{R}^3$ , ange vilket av följande alternativ som gäller.

- (1) Sammansättningen saknar mening.
- (2) Sammansättningen är meningsfull och blir alltid lika med noll.
- (3) Sammansättningen är meningsfull och blir inte alltid noll.

De nio sammansättningarna är:

grad grad  
 div grad  
 rot grad  
 grad div  
 div div  
 rot div  
 grad rot  
 div rot  
 rot rot

---

“grad grad” saknar mening (1).

“div grad” blir Laplace-operatorn, som är meningsfull men inte alltid noll (3).

“rot grad” är meningsfull, men alltid noll (2).

“grad div” är meningsfull, men inte alltid noll (3).

“div div” saknar mening (1).

“rot div” saknar mening (1).

“grad rot” saknar mening (1).

“div rot” är meningsfull, men alltid noll (2).

“rot rot” är meningsfull, men inte alltid noll (3).