

KTH Matematik

**5B1230 Matematik IV, för I1**  
**Inlämningsuppgift nr 2, våren 2006.**

Efternamn	Förnamn	Personnummer	Studiestatus	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Studiestatus	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Studiestatus	Betyg

Parametrarna  $a$ ,  $b$ , och  $c$  är de tre, från noll och ett skilda, första siffrorna i personnumret hos den person som står överst.

Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad, handskrivna lösningar samt kontroll av resultaten.

Inlämninguppgiften redovisas skriftligt och munligt till lektionslärare, under veckorna 17-18, 2006.

Parametervärden;  $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$  .

1. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$a \frac{\partial u}{\partial x} - b \frac{\partial u}{\partial y} = cu,$$

som uppfyller villkoret  $u(x, 0) = (a + b)e^x + 2ce^{-3x}$ .

2. Kalle vill prova sin gitarr. Han spänner en sträng, på en punkt en fjärdedel (av hela strängens längd =  $b$ ) från strängens ena ände. Formen på strängen kan då beskrivas med funktionen

$$f(x) = \begin{cases} hx, & 0 \leq x < \frac{3}{4}b, \\ 3h(b-x), & \frac{3}{4}b \leq x < b. \end{cases}$$

Här är  $h$  är en liten positiv konstant (beroende av hur hårt Kalle spänner strängen).

Rita upp grafen till  $f(x)$ .

Finn sinusserien till  $f$  på intervallet  $[0, b]$ .

(Vi ska beskriva vad som händer när Kalle släpper strängen i delppgift 3 b på nästa sida.)

3. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 100a^2b^2c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

som uppfyller randvillkoren  $u(0, t) = u(b, t) = 0$ ,  $t > 0$

Bestäm därefter den lösning om även uppfyller begynnelsevillkoren

(a)  $u(x, 0) = 0$ ,  $0 < x < b$  och  
 $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 2b \sin(ac\pi x) + (a + c) \sin(3ac\pi x)$ ,  $0 < x < b$ .

(b)  $u(x, 0) = f(x)$  och  $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$ ,  $0 < x < b$ .  
Funktionen  $f(x)$  är den som ges i deluppgift 2, föreg. sida, med konstanten  $h = 0.01$ .