

KTH Matematik
5B1230 Matematik IV, för I1
Inlämningsuppgift nr 2, våren 2007.

Efternamn Förnamn Personnummer Studiestatus Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Studiestatus Betyg

Parametrarna a , b , och c är de tre, från noll och ett skilda, första siffrorna i personnumret hos den person som står överst.

Parametervärdena ska sättas in i början av varje lösning.

Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad, handskrivna lösningar samt med (frivillig) kontroll av resultaten med Maple.

Inlämningsuppgiften redovisas skriftligt och munligt till lektionslärare, under veckorna 19, 2007.

Parametervärden; $a =$, $b =$, $c =$.

1. Givet den partiella differentialekvationen

$$a \frac{\partial u}{\partial x} - b \frac{\partial u}{\partial y} = cu,$$

- (a) Visa att det inte finns någon separabel lösning som uppfyller villkoret $\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = e^{cx/a}$.
- (b) Finn alla lösningar som uppfyller som uppfyller villkoret $\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = (a + b)e^{-x} + 2ce^{-3x}$.
- (c) Bestäm den lösning i b) som i tillägg uppfyller villkoret $u(0, 0) = a + b + c$.

2. Låt

$$f(x) = \begin{cases} b - |x - b|, & 0 \leq x < 2b, \\ 0, & 2b \leq x < 4b. \end{cases}$$

Finn sinusserien till f på intervallet $[0, 4b]$.

Vad är sinusseriens värde i punkten $x = -1$.

3. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 b^2 c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

som uppfyller randvillkoren $u(0, t) = u(4b, t) = 0$, $t > 0$

Bestäm därefter den lösning om även uppfyller begynnelsevillkoren

- (a) $u(x, 0) = 5b \sin(ac\pi x) + (a + c) \sin(3ac\pi x)$, $0 < x < 4b$.
- (b) $u(x, 0) = f(x)$, $0 < x < 4b$.
Funktionen $f(x)$ är den som ges i deluppgift 2, ovan.