

KTH Matematik

5B1230 Matematik IV, för I1

Kontrollskrivning nr 1, torsdag 2006-03-16 kl 13.15-14.15

Version: **A**

Tillåtna hjälpmedel BETA,

Namn:

Födelsenr:

Kursens student-idnr: (ifylles av rättande lärare)

Kontrollskrivningen har 3 uppgifter, tryckta på var sitt ark. Skriv lösningen direkt på samma ark; använd eventuellt baksidan av arket.

Lycka till!

Uppgifter:

1. Låt differentialekvationen för funktionen $y(t)$ vara det autonoma systemet

$$y' = \frac{y^2 - 4}{y^2 + 2}.$$

Finns de kritiska y -värden för vilka det finns stationära lösningar och undersök var och en av dessa med avseende på stabilitet.

Välj en punkt (t_0, y_0) i var och en av de områden som avgränsas av de stationära lösningarna och skissera för var av en av dessa punkter lösningen som uppfyller begynnelsevillkoret $y(t_0) = y_0$.

2. Lös begynnelsevärdeproblemet

$$x^2y' - xy = 3x^3y^2; \text{ med } y(1) = \frac{1}{3}.$$

3. När en vertikal ljusstråle strålar genom ett genomskinligt medium så minskar ljusets intensitet $I(t)$ allteftersom strålen passerar genom mediet. Förändringen av ljusintensitet per längd av passerat medium är proportionell med ljusstrålens intensitet $I(t)$, där t representerar avståndet till ytan.

Ställ upp en differentialekvation för $I(t)$.

En ljusstråle med ursprunglig intensitet I_0 riktas rakt ner i klart havsvatten. Intensiteten av ljustrålen 1 meter under vattenytan är 30% av den ursprungliga intensiteten I_0 . Vad är intensiteten på ljustrålen 4 meter under vattenytan?