

Institutionen för Matematik, KTH,  
Olle Stormark.

## 5B1301 Matematik fortsättningskurs för K3, vt 2004.

### Kurslitteratur:

- Nakhlé Asmar: *Partial Differential Equations and Boundary Value Problems*, PRENTICE HALL 2000, ISBN 0–13–958620–2, kapitlen **1–8** och **11**, samt dessutom Appendix **A**. Kan köpas i Kårbokhandeln.

På författarens hemsida <http://www.math.missouri.edu/nakhle> finns ett antal lösta exempel samt tips om hur man löser problemen i boken med hjälp av MATHEMATICA och MAPLE.

- Råde-Westergren: *BETA Mathematics Handbook* – speciellt kapitlen **12: Orthogonal Series and Special Functions** och **13: Transforms**.

Denna kurs behandlar teorin för *andra ordningens lineära partiella differentialekvationer* och då speciellt klassiska differentialekvationer från den matematiska fysiken som vågekvationen, värmeledningsekvationen, Laplaces ekvation och Schrödingerekvationen. Huvudmetoden är *variabelseparation*, som leder till *egenvärdesproblem för ordinära differentialekvationer*. Den tidigare kursen *Differentialekvationer och Transformer* har behandlat det enkla fall då egenfunktionerna utgörs av *sinus- och cosinusfunktioner*, men här stöter vi på allmännare egenfunktionssystem som t.ex. *Besselfunktioner*, *Legendrepolytom*, *klotytfunktioner* och *Laguerrepolytom*.

Egenvärdena kan antingen utgöra en *diskret mängd*, eller ett *kontinuum*. I det senare fallet övergår egenfunktionsutvecklingarna naturligt i integraler, som till exempel *Fouriertransformen* och *Laplacetransformen*, vilka vi också tittar på.

Kursens höjdpunkt kommer i kapitel **11**, där vi löser Schrödingerekvationen för väteelektronen. Där ska vi se att de separationskonstanter som uppträder när man gör variabelseparation har *mycket konkreta tolkningar* i form av *energinivåer* och *kvanttal*. Man inser då att förekomsten av diskreta egenvärden gör det naturligt att man i kvantmekaniken ofta stöter på diskreta storheter i form av kvanttal, och motiverar mer än väl de lösningsmetoder

som vi använder – trots att dessa ofta leder till deprimerande långa räkningar.

**Kursledare:** Olle Stormark, [olles@math.kth.se](mailto:olles@math.kth.se), telefon 7907206, rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25.

**Kursekreterare:** Ulla Gällstedt, [ulla@math.kth.se](mailto:ulla@math.kth.se), 7907214, rum 3522 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25. Ulla svarar på frågor om registrering och rapportering.

**Undervisningen** ges i form av 14 stycken 3-timmars lektioner under veckorna 12–21.

**Examination:** Eftersom det här ämnet är väldigt räknetungt fungerar inte en vanlig tentamen speciellt bra. I stället ges möjlighet att klara av en stor del av examinationen genom sex stycken *hemtal*, som delas ut under kursens gång.

Mera detaljerat: På varje hemtal kan man få maximalt 3 poäng. Sammanlagt minst 4 poäng på hemtalen  $2k - 1$  och  $2k$  (där  $k = 1, 2, 3$ ) betyder att man klarat tentamenstal nummer  $k$ , och därmed fått 3 poäng på detta. På tentamen kan man totalt få maximalt 20 poäng.

**Betygsgränser:** 11–13 poäng ger betyget 3, 14–17 poäng ger betyget 4, och 18–20 poäng ger betyget 5.

**Tentamen:** Någon gång i slutet av maj.

**Tillåtet hjälpmedel vid tentan:** Handboken BETA.

### **Preliminär kursplanering och specifikation av kursinnehållet.**

Vi utgår från att innehållet i kapitlen **1** och **2** är känt från kursen *Differentialekvationer och Transformer*, och börjar således med kapitel **3**.

**Lektion 1, 15/3.** Avsnitten **3.2–3.3:** Vågekvationen i en rumsdimension löst med variabelseparation. *Hemtal 1 delas ut.*

**Lektion 2, 17/3.** Avsnitten **3.5–3.6:** Värmelednings- och diffusionsekvationen i en rumsdimension.

**Lektion 3, 22/3.** Avsnitten **3.7–3.8:** Våg- och värmeledningsekvationerna i två rumsvariabler, samt Laplaces ekvation. *Hemtal 1 lämnas in och hemtal 2 delas ut.*

**Lektion 4, 24/3.** Appendix **A.3–A.5:** Ordinära lineära differentialekvationer med icke-konstanta koefficienter, lösta med potensserieansatser.

**Lektion 5, 29/3.** Början på avsnitt **4.2** samt avsnitten **4.7–4.8:** Vågekvationen för ett cirkulärt trumskinn och Besselfunktioner. *Hemtal 2 lämnas in och hemtal 3 delas ut.*

**Lektion 6, 31/3.** Avsnitten **4.2–4.3:** Fortsättning av vågekvationen i polära koordinater.

**Påsklov.**

**Lektion 7, 26/4.** Avsnitten **6.1–6.3:** Sturm-Liouvilleteori. *Hemtal 3 lämnas in och hemtal 4 delas ut.*

**Lektion 8, 28/4.** Avsnitten **4.4–4.5:** Laplaces ekvation i en cirkelskiva och i en cylinder.

**Lektion 9, 3/5.** Avsnitten **5.1** och **5.5–5.7:** Laplaces ekvation i sfäriska koordinater och Legendrepolytom. *Hemtal 4 lämnas in och hemtal 5 delas ut.*

**Lektion 10, 5/5.** Avsnitten **5.2–5.3:** Fortsättning av Laplaces ekvation i sfäriska koordinater.

**Lektion 11, 10/5.** Avsnitten **7.1–7.5:** Fouriertransformen. *Hemtal 5 lämnas in och hemtal 6 delas ut.*

**Lektion 12, 12/5.** Avsnitten **8.1–8.3:** Laplacetransformen.

**Lektion 13, 17/5.** Avsnitten **11.1** och **11.4:** Schrödingerekvationen samt Laguerre och Hermitepolytom. *Hemtal 6 lämnas in.*

**Lektion 14, 19/5.** Avsnitt **11.2:** Schrödingerekvationen för väteelektronen och – i mån av tid – den kvantharmoniska oscillatoren.