KTH Matematik

Kontrollskriving
5B1307 Linjär algebra g.k.
3 October, 2005

- *skrivtid:***14:30-15:00**
- *Tillåtna hjälpmedel:miniräknare med sifferdisplay, ingen bok!*
- *motivering krävs!*
- *Svar till båda delar krävs för* **godkänd**!

Låt
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Betrakta den linjära avbildningen:
$$T : M_{2,2}(\mathbb{R}) \to M_{2,2}(\mathbb{R})$$
definierad av $T(A) = AC$.

(1) Skriv matrisen $[T]_B$, med avseende av någon bas B.
Låt B vara den standard basen. Vektorerna i basen är:
$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T(A_1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, T(A_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$T(A_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, T(A_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Så
$(T(A_1))_B = (1, 1, 0, 0), (T(A_2))_B = (0, 0, 0, 0),$
$(T(A_3))_B = (0, 0, 1, 1), (T(A_4))_B = (0, 0, 0, 0).$

och
$$[T]_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) Är $[T]_B$ diagonaliserbar?
Matrisen är underdiaginal. Egenvärden är $\lambda = 0, 1$, med $a.mul(0) = 2, a.mul(1) = 2$.
$E_1 = Span((1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1))$ och $g.mul(1) = 2$, eftersom är $(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)$ L.I.
$E_0 = Span((0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ och $g.mul(1) = 2$, eftersom är $(0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1)$ L.I.
Det följer att matrisen är diagonaliserbar.