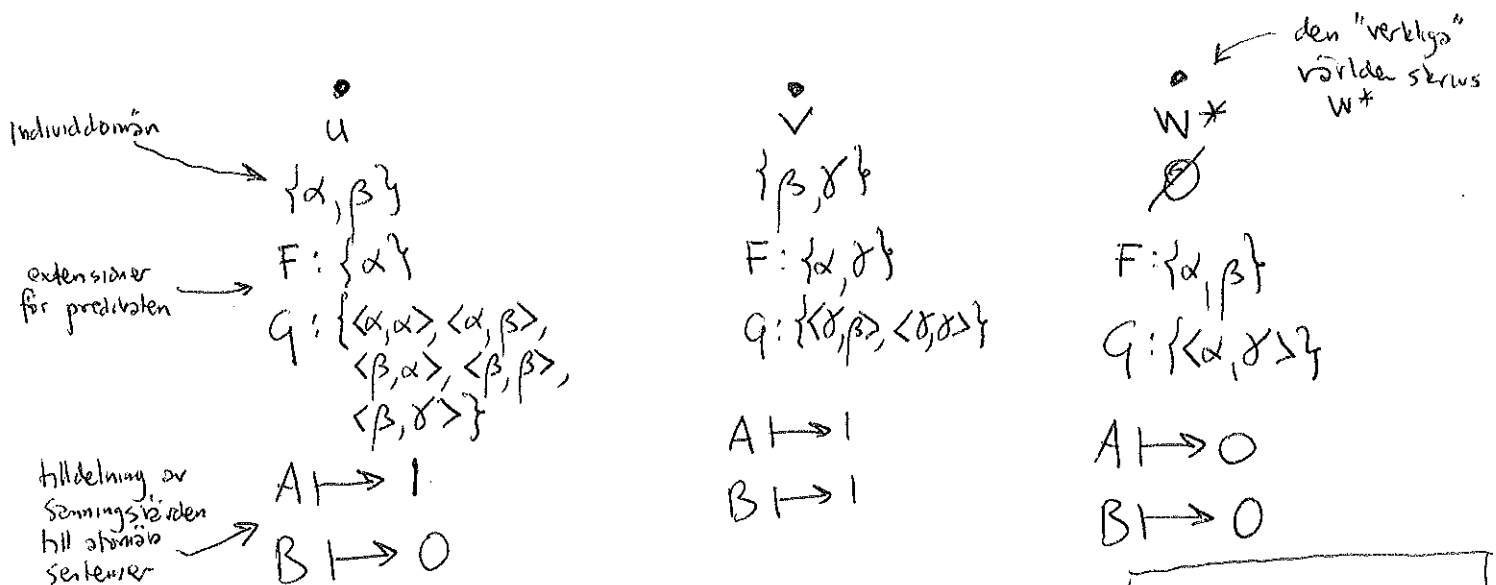


Tolkningar i modal predikatlogik

En tolkning består av ett antal "världar", och till varje värld hör en predikatlogisk tolkning.

Exempel Betrakta sentensen $\diamond A \rightarrow (A \vee \exists x \diamond Fx \vee \square (B \vee \forall x \forall y (Qxy)))$



Tolkning med tre världar: u, v, w^* .

Vi skriver exempelvis
 $v(D) = \{ \beta, \delta \}$
 $v(F) = \{ \alpha, \delta \}$
 $v(Q) = \{ \langle \alpha, \beta \rangle, \langle \delta, \delta \rangle \}$
 $v(A) = 1$
 $v(B) = 1$

Anmärkningar om tolkningar

- (i) Individdomänen får vara tom i en viss värld, men det måste finnas individer någonstans, det vill säga individdomänen får inte vara tom i alla världar.
- (ii) Extensionen av exempelvis F får innehålla individer som finns i någon annan världs individdomän, men för att exempelvis $\forall x Fx$ ska vara sann i en viss värld räcker det att F är sann för alla individer i den världen.
- (iii) Om man vill ha andra namn än standardnamnen (standard är $ref(a) = \alpha$, $ref(b) = \beta$ och så vidare) så måste de vara samma i alla världar.

Tillbaka till exemplet I den här tolkningen gäller följande:

- A är falsk eftersom A är falsk i W^* (den verkliga världen). Däremot är $\Diamond A$ sann.
- $\exists x \Diamond Fx$ är falsk eftersom det inte existerar någon individ alls i W^* . Däremot är $\Diamond \exists x Fx$ sann eftersom det finns en värld där $\exists x Fx$ är sann. Dessutom är $\Diamond \exists x \Box Fx$ sann eftersom det finns en värld (u) med en individ (α) sådan att i varje värld är F sann för denna individ.

• Vidare är $\forall x \forall y Gxy$

- sann i världen u eftersom alla kombinationer av α och β gör F sann i denna värld. Vi behöver inte bry oss om γ eftersom γ inte finns i individdomänen i u .

- falsk i världen v eftersom exempelvis $\langle \beta, \beta \rangle$ inte gör F sann i denna värld

- sann i W^* eftersom individdomänen $W^*(D)$ är tom, och därmed är Gxy sann för alla x och y i denna värld!

- $\Box (B \vee \forall x \forall y Gxy)$ är sann eftersom B eller $\forall x \forall y Gxy$ är sann i alla världarna u, v, w^* . Alltså är satsen $A \vee \exists x \Diamond Fx \vee \Box (B \vee \forall x \forall y Gxy)$ sann (det vill säga sann i världen W^* - den aktiva världen). Det följer att

$$\Diamond A \rightarrow (A \vee \exists x \Diamond Fx \vee \Box (B \vee \forall x \forall y Gxy))$$

är sant i denna tolkning.

- Fa är sann (ty $\alpha \in W^*(F)$)
 $\Box Fb$ är falsk (ty exempelvis $\beta \notin u(F)$)
 $\Diamond Fb$ är sann (ty $\beta \in W^*(F)$)
- $\Box \forall x \forall y \Diamond Gxy$ är sann (till skillnad från $\Box \forall x \forall y Gxy$, se ovan) eftersom $\forall x \forall y \Diamond Gxy$ är sann i varje värld. Exempelvis är $\forall x \forall y \Diamond Gxy$ sann i världen v eftersom $\Diamond Gbb, \Diamond Gbc, \Diamond Gcb, \Diamond Gcc$ alla är sanna (vi kallar bara individen från världen v). På liknande sätt är satsen sann i u . Att $\forall x \forall y$ (vacksamhetst) är sant i W^* beror på att det inte finns några individer i W^* .